







### Revista

### CIENCIA SUR

Facultad de Ciencias y Tecnología

ISSN: 2518-4792 (Impreso)

ISSN: 2789-4738 (En línea)

**REVISTA CIENTÍFICA** 

Departamento de Investigación, Ciencia y Tecnología Secretaría de Investigación Científica y Extensión Universitaria

Agosto 2025

CS

Número 13 Vol. 10

#### REVISTA CIENTÍFICA CIENCIA SUR VOL. 10 Nº 13

ISSN: 2518-4792 (Impreso)
ISSN: 2789-2718 (En Línea)

#### **CONSEJO EDITORIAL**

Ph.D. Ing. Alberto Benítez Reynoso Carrera de Ingeniería Civil

M. Sc. Arq. Jessica Baldivieso Alarcon **Carrera de Arquitectura** 

M. Sc. Ing. Ignacio E. Velásquez Soza **Carrera de Ingeniería Química** 

M. Sc. Ing. Erick Ramírez Ruiz Carrera de Ingeniería de Alimentos

M. Sc. Ing. Gabriela Gutierrez Molina **Carrera de Ingeniería Informática** 

Ph.D. Ing. Laura Karina Soto Salgado EDITORA Facultad de Ciencias y Tecnología

#### **PRESENTACIÓN**

El volumen de la revista *Ciencia Sur* reúne una selección de investigaciones originales que reflejan la amplitud, el rigor metodológico y la pertinencia social de los avances científicos en el ámbito de la ingeniería, las ciencias aplicadas y la sostenibilidad. Cada contribución ofrece no solo resultados técnicos y experimentales de alto valor, sino también propuestas conceptuales que dialogan con los desafíos contemporáneos de nuestra región y del mundo.

Los artículos abordan la aproximación numérica de la capacidad en flexión compuesta de la sección circular de hormigón armado, un tema de vital importancia para la ingeniería estructural y geotécnica. El artículo presenta un conjunto de formulaciones y expresiones simplificadas que permiten calcular, cuya aplicación es recurrente en elementos verticales sometidos a cargas complejas.

De manera complementaria el análisis de esfuerzos en pavimentos rígidos mediante diferencias finitas. En él se aplica un método numérico clásico y robusto para resolver ecuaciones diferenciales parciales asociadas al comportamiento de losas de hormigón apoyadas sobre fundación.

El volumen también incorpora investigaciones orientadas a la sostenibilidad en la construcción. Destaca el estudio titulado "Biomimetismo en la construcción de suelos arcillosos de la ciudad de Tarija", en el cual se propone un enfoque innovador que integra principios biomiméticos con técnicas vernáculas y tecnologías emergentes para el aprovechamiento de suelos locales.

Asimismo, se presenta la investigación experimental sobre la obtención de harina de brócoli mediante el proceso de secado por aire caliente, un aporte significativo en el campo de la ingeniería de alimentos y la valorización de productos agroindustriales.

En el ámbito de la ingeniería geotécnica, se incluye el estudio experimental del efecto del tiempo de curado en la resistencia a la compresión no confinada de suelos limosos estabilizados con cemento. Mediante un enfoque cuasi-experimental, la investigación demuestra cómo el periodo de curado influye decisivamente en la evolución de la resistencia mecánica, aportando evidencias que refuerzan la necesidad de un control riguroso de las condiciones de curado en obras civiles.

Finalmente, en el área de la fisiología vegetal enfocado en la estimación del potencial hídrico osmótico en tejidos vegetales, empleando un método experimental basado en el intercambio osmótico en cilindros de patata.

En conjunto, las contribuciones reunidas en este volumen reflejan la investigación interdisciplinaria, rigurosa y contextualizada, que al mismo tiempo se proyecta hacia la innovación y la aplicación práctica. Se espera que los artículos aquí publicados fortalezcan el conocimiento científico en sus respectivas áreas y, a la vez, constituyan un punto de partida para futuras investigaciones que den respuesta a los retos sociales, ambientales y tecnológicos de nuestra región.

La editora

### UNIVERSIDAD AUTÓNOMA JUAN MISAEL SARACHO CIENCIA SUR

Revista de Divulgación Científica-UAJMS

#### **AUTORIDADES UNIVERSITARIAS**

M. Sc. Lic. Eduardo Cortez Baldiviezo

RECTOR

M. Sc. Lic. Jaime Condori Ávila

**VICERRECTOR** 

Dr. Javier Blades Pacheco Ph.D.

SECRETARIO DE INVESTIGACIÓN CIENTÍFICA Y EXTENSIÓN UNIVERSITARIA

M. Sc. Ing. Fernando Ernesto Mur Lagraba

DIRECTOR DEPARTAMENTO DE INVESTIGACIÓN, CIENCIA Y TECNOLOGÍA

#### **AUTORIDADES FACULTATIVAS**

M. Sc. Ing. Marcelo Segovia Cortez

DECANO DE LA FACULTAD DE CIENCIAS Y TECNOLOGÍA

M. Sc. Ing. Fernando Cortez Michel VICEDECANO DE LA FACULTAD DE CIENCIAS Y TECNOLOGÍA

Ph.D. Ing. Laura Karina Soto Salgado **EDITORA** 

Samuel Sánchez Q. Diseño y Diagramación

dicyt.uajms.edu.bo
Sitio web
dicyt.uajms.edu@gmail.com
Correo Electrónico

Publicación: "Departamento de Investigación, Ciencia y Tecnología"

#### CONTENIDO

#### PRESENTACIÓN

01	ESTUDIO EXPERIMENTAL DEL EFECTO DEL TIEMPO DE CURADO EN LA RESISTENCIA A LA COMPRESIÓN NO CONFINADA DE SUELOS LIMOSOS ESTABILIZADOS MEDIANTE CEMENTO
	Baldiviezo Montalvo Trinidad Cinthia, Almendras Saravia Armando Farfán Quiroga Rovin Alfredo
02	ANÁLISIS DE ESFUERZOS EN PAVIMENTOS RÍGIDOS MEDIANTE DIFERENCIAS FINITAS
	Benítez Reynoso Alberto, Soto Salgado Laura Karina
03	APROXIMACIÓN NUMÉRICA DE LA CAPACIDAD EN FLEXIÓN COMPUESTA DE LA SECCIÓN CIRCULAR EN HORMIGÓN ARMADO
	Cox Hoyos Walter Ricardo
04	BIOMIMETISMO EN LA CONSTRUCCIÓN DE SUELOS ARCILLOSOS DE LA CIUDAD DE TARIJA
	Hernani Quinteros Aldo Nino, Ayarde Ponce Maria Teresa
05	DESARROLLO DE UNA PLATAFORMA INTERACTIVA PARA LA EVALUACIÓN DE CONOCIMIENTOS PREVIOS DE ÁLGEBRA UTILIZANDO MODELOS DE LENGUAJE GRANDES (LLMS)
	Rodríguez Lezana Nelzon
06	EVALUACIÓN DEL POTENCIAL HÍDRICO EN TUBÉRCULOS DE SOLANUM TUBEROSUM BAJO CONDICIONES CONTROLADAS DE LABORATORIO
	Mamani Alemán Iulio César Hoyos Lónez Marcela Elizabeth 68



# ESTUDIO EXPERIMENTAL DEL EFECTO DEL TIEMPO DE CURADO EN LA RESISTENCIA A LA COMPRESIÓN NO CONFINADA DE SUELOS LIMOSOS ESTABILIZADOS MEDIANTE CEMENTO

EXPERIMENTAL STUDY OF THE EFFECT OF CURING TIME ON THE UNCONFINED COMPRESSIVE STRENGTH OF CEMENT-STABILIZED SILTY SOILS

Fecha de recepción: 01/08/2025 | Fecha de aceptación: 01/09/2025

#### **Autores**

Baldiviezo Montalvo Trinidad Cinthia<sup>1</sup>
Almendras Saravia Armando<sup>2</sup>
Farfán Quiroga Rovin Alfredo<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Ph.D.; Docente e investigadora de la UAJMS, Carrera de Ingeniería Civil - UAJMS <sup>2</sup> Master, Ingeniería Vial, Docente Investigador - Ingeniería Civil - UAJMS <sup>3</sup> Ingeniero Civil - UAJMS

Correspondencia de los autores: baldiviezomontalvot@gmail.com¹, almendrasmito@gmail.com²,

rovinfarfang@gmail.com<sup>3</sup>

Tarija - Bolivia

#### RESUMEN

La investigación se enfoca en la estabilización de suelos limosos mediante la incorporación de cemento y la influencia del tiempo de curado en la resistencia a la compresión inconfinada. Se emplea un diseño cuasi-experimental para controlar y evaluar los periodos de curado y sus efectos en el comportamiento mecánico del suelo mejorado. El suelo limoso, caracterizado por partículas finas y baja plasticidad, requiere mejoramiento para su uso en obras civiles, especialmente en cimentaciones y pavimentos. La estabilización con cemento modifica las propiedades físicas y químicas del suelo, incrementando su resistencia y durabilidad. Durante el proceso de curado, que puede realizarse bajo agua, riego continuo o riego periódico, se facilita la hidratación del cemento, permitiendo la formación de enlaces cementantes que fortalecen la mezcla suelo-cemento. Los resultados evidencian que el tiempo de curado tiene un impacto directo y significativo en el desarrollo de la resistencia a la compresión inconfinada; periodos prolongados de curado promueven una mayor resistencia debido a una hidratación más completa. Asimismo, se destacan las ventajas ambientales y económicas de la estabilización con cemento, como la reducción en la extracción y transporte de materiales y la mejora en la durabilidad de las estructuras. Se concluye que un adecuado control del curado es esencial para maximizar los beneficios de la estabilización, asegurando la calidad y desempeño del suelo mejorado en aplicaciones geotécnicas.

#### **ABSTRACT**

This research focuses on the stabilization of silty soils through the addition of cement and the influence of curing time on the unconfined compressive strength. A quasi-experimental design was used to control and evaluate curing periods and their effects on the mechanical behavior of the improved soil. Silty soil, characterized by fine particles and low plasticity, requires enhancement for use in civil engineering projects, particularly in foundations and pavements. Cement stabilization modifies the physical and chemical properties of the soil, increasing its strength and durability. During the curing process—which can be conducted under water, continuous watering, or periodic watering—the hydration of cement is facilitated, allowing the formation of cementitious bonds that strengthen the soil-cement mixture. Results show that curing time has a direct and significant impact on the development of unconfined compressive strength; longer curing periods promote higher strength due to more complete hydration. Additionally, the environmental and economic advantages of cement stabilization are highlighted, such as reducing the extraction and transportation of materials and improving the durability of structures. It is concluded that proper control of curing is essential to maximize the benefits of stabilization and ensure the quality and performance of the improved soil in geotechnical applications.

Palabras Clave: Estabilización de suelos, Curado, Resistencia a la compresión inconfinada, Suelos limoso, Cemento

Keywords: Soil stabilization, Curing, Unconfined compressive strength, Silty soils, Cement.

#### 1. INTRODUCCIÓN

En la ingeniería geotécnica, la estabilización de suelos finos mediante la adición de agentes cementicios, es una técnica ampliamente utilizada para mejorar sus propiedades mecánicas, especialmente en suelos limosos que presentan baja resistencia, características que afectan negativamente la capacidad portante y la durabilidad de las estructuras civiles. La mejora del comportamiento de estos suelos mediante la estabilización con cemento permite incrementar la resistencia a la compresión no confinada, así como optimizar otros parámetros importantes como el índice de plasticidad y los límites de Atterberg, aspectos críticos para su uso en cimentaciones y obras viales.

La eficiencia de la estabilización depende no solo de la dosificación del cemento, sino también del tiempo de curado, durante el cual se desarrollan las reacciones químicas que confieren rigidez y resistencia al suelo tratado. Investigaciones previas, como la de Chaguala (2018), han demostrado que la adición de un 7 % de cemento puede aumentar significativamente la resistencia del suelo y reducir su humedad óptima para compactación. Asimismo, García (2019) reporta incrementos sustanciales en la resistencia a la compresión no confinada en probetas estabilizadas con cemento a medida que aumenta el periodo de curado, destacando un aumento cercano al 40 % entre 7 y 28 días.

En la práctica, el control del tiempo y método de curado es fundamental para garantizar la reproducibilidad y confiabilidad de los resultados, tal como establece la normativa INV E-624, que recomienda mantener la humedad inicial durante el proceso de maduración de las probetas para evitar variaciones que puedan afectar la resistencia final.

En este contexto, la investigación tiene como objetivo principal analizar el efecto del tiempo de curado sobre la resistencia a la compresión no confinada de un suelo limoso estabilizado con cemento, empleando un diseño cuasi-experimental que permita determinar el porcentaje óptimo de cemento y el periodo de curado adecuado para maximizar el desempeño mecánico del suelo. Este estudio contribuye a la generación de conocimiento técnico local y aporta información relevante para el diseño y construcción de estructuras más seguras y económicas en la región de Tarija.

El estudio tiene como objetivo evaluar experimentalmente el efecto del tiempo de curado en la resistencia a la compresión no confinada de suelos limosos estabilizados con cemento. Para lograrlo, se plantean los siguientes tareas: determinar la variación de la resistencia del suelo limoso con diferentes tiempos de curado; comparar la influencia de distintos métodos de curado (bajo el agua, riego continuo y riego periódico) en el desarrollo de la resistencia; analizar la relación entre el porcentaje de cemento utilizado y el incremento de la resistencia a lo largo del tiempo; y proponer recomendaciones que optimicen el proceso de estabilización de suelos limosos en función del tiempo y método de curado. Entre las ventajas de este proceso destacan la mejora en las propiedades mecánicas del suelo, incrementando su capacidad portante; la optimización de recursos al identificar tiempos de curado adecuados que evitan prolongaciones innecesarias y reducen costos en obras civiles; la mayor durabilidad, ya que un curado apropiado disminuye la vulnerabilidad frente a la humedad y otros agentes ambientales; la sostenibilidad, al fomentar la reutilización de suelos locales y reducir la extracción de nuevos materiales; y la versatilidad en obra, al contar con métodos de curado eficientes que garantizan la calidad del suelo estabilizado en distintas condiciones constructivas.

#### 2. MATERIALES Y METODOS

La investigación se desarrolló mediante un enfoque experimental en laboratorio, siguiendo los lineamientos de normativas técnicas nacionales e internacionales, con el objetivo de evaluar la resistencia a la compresión no confinada (RCNC) de un suelo limoso estabilizado con cemento, considerando distintas proporciones del estabilizante y tiempos de curado. Para ello, se prepararon probetas con porcentajes de cemento que variaron desde 0% hasta 9%, controlando estrictamente la humedad óptima y la densidad máxima, determinadas mediante el ensayo Proctor. Cada serie de probetas fue sometida a curado en cámara húmeda a temperatura controlada durante 7, 14 y 28 días, con el fin de analizar el efecto del tiempo de curado sobre la resistencia del material

#### 2.1 Muestreo y caracterización del suelo

El material fue recolectado en dos zonas del área urbana de Tarija, Bolivia: barrio Miraflores y barrio Los Chapacos, a una profundidad promedio de 1.0 metro. Se realizó un muestreo disturbado y el suelo fue transportado al laboratorio para su caracterización. Las pruebas realizadas incluyeron:

- Análisis granulométrico (método del hidrómetro)
- Límites de Atterberg (ASTM D4318)
- Determinación de la humedad natural
- Ensayo Proctor modificado (ASTM D1557)
- Los resultados permitieron clasificar el suelo como un limo de baja plasticidad (ML), según el Sistema Unificado de Clasificación de Suelos (SUCS).

#### 2.2 Preparación de mezclas suelo-cemento

Se elaboraron mezclas con tres porcentajes de cemento Portland tipo IP-30: 5 %, 7 % y 9 % respecto al peso seco del suelo. El cemento fue homogeneizado en seco con la fracción de suelo que pasa el tamiz N° 4, luego se añadió la cantidad de agua correspondiente a la humedad óptima determinada previamente. La mezcla se compactó en moldes cilíndricos con dimensiones estándar (altura: 11.4 cm; diámetro: 5.08 cm), siguiendo el procedimiento del Proctor modificado para garantizar una densidad uniforme. Para cada combinación de dosificación se moldearon tres probetas por cada tiempo de curado.

#### 2.3 Curado de las probetas

Las probetas compactadas fueron extraídas de los moldes después de 24 horas y almacenadas en una cámara húmeda a temperatura ambiente controlada (aproximadamente 22 °C y 95 % de humedad relativa), según los procedimientos indicados por la norma INV E-624. Se establecieron tres tiempos de curado: 7, 14 y 28 días, lo que permitió observar la evolución de la resistencia mecánica del suelo estabilizado a lo largo del tiempo. Este proceso simula el comportamiento real de un suelo tratado en condiciones de obra.

#### 2.4 Ensayo de resistencia a la compresión no confinada (RCNC)

Una vez transcurridos el tiempo de curado, las probetas fueron sometidas al ensayo de compresión no confinada conforme a la norma ASTM D2166; registrándose la carga máxima aplicada y la deformación correspondiente. A partir de estos valores se calculó la resistencia a la compresión no confinada para cada muestra.

#### 2.5 Ensayo de resistencia a la compresión no confinada (RCNC)

Transcurrido el periodo de curado establecido, las probetas fueron sometidas al ensayo de compresión no confinada, según la norma ASTM D2166, empleando una prensa universal de carga controlada. Se registró la carga axial máxima aplicada hasta la falla, calculándose la resistencia uniaxial con la siguiente fórmula:

$$q_u = \frac{P_{m \land x}}{A}$$

#### Donde:

 $q_n$ = resistencia a la compresión no confinada (kPa).

 $P_{max}$  = carga máxima aplicada (N)

A = área de la sección transversal de la muestra (cm<sup>2</sup>), corregida según la deformación axial.

Los resultados fueron sistematizados en tablas y gráficos, permitiendo comparar el efecto del contenido de cemento y el tiempo de curado sobre la RCNC. Se aplicó un análisis de tendencia y se evaluó la dosificación óptima en términos de eficiencia mecánica y estabilización. Además, se contrastaron los valores obtenidos con el comportamiento del suelo natural, identificando mejoras en resistencia, plasticidad y densificación.

#### 3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Variación de la Resistencia a la Compresión No Confinada (RCNC)

Los resultados obtenidos muestran un incremento progresivo de la RCNC en función del contenido de cemento y del tiempo de curado. La mezcla con 7 % de cemento mostró el mejor desempeño mecánico, alcanzando una resistencia máxima a los 28 días de curado, con un aumento significativo respecto al suelo natural.

Este comportamiento está asociado al proceso de hidratación del cemento, que con el tiempo genera productos de reacción como el C-S-H (silicato cálcico hidratado), que promueven la cementación de las partículas del suelo, mejorando su cohesión y capacidad portante.

Se evidenció que con 5 % de cemento, la resistencia obtenida a los 7 días fue suficiente para ciertos usos geotécnicos no estructurales; sin embargo, a mayor dosificación y tiempo, la mejora fue más notable. El contenido de 9 % presentó valores superiores de resistencia, aunque con un incremento menos proporcional, lo que sugiere que una dosificación superior al 7 % puede no ser económicamente eficiente.

#### 3.1 Reducción del Índice de Plasticidad (IP)

La estabilización con cemento generó una reducción progresiva en el índice de plasticidad (IP) del suelo, pasando de un valor inicial de 18 % en el suelo natural, a valores inferiores a 10 % con 7 % y 9 % de cemento. Esta disminución del IP indica una mejora en el comportamiento plástico del suelo, haciéndolo más estable frente a cambios volumétricos por humedad.

Tabla 1: Variación del IP con diferentes contenidos de cemento

Contenido de cemento (%)	IP inicial	IP modificado
0 (natural)	18 %	_
5 %	13 %	↓28 %
7 %	9 %	↓ 50 %
9 %	8 %	↓ 55 %

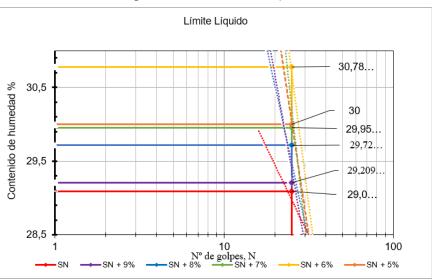


Figura 1: Análisis de limite liquido

#### 3.2 Comportamiento de la compactación

El análisis del ensayo Proctor modificado evidenció una ligera disminución en la humedad óptima y un incremento en el peso unitario seco máximo conforme aumentó la cantidad de cemento. Este resultado se atribuye a la densificación inducida por la presencia de productos cementantes y al relleno de vacíos entre partículas.

Estas mejoras en los parámetros de compactación contribuyen a una mayor capacidad de carga y menor susceptibilidad a la deformación, lo cual es beneficioso para aplicaciones en subrasantes, plataformas de cimentación o capas de base de pavimentos.

#### 4. DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS

Los resultados confirman la eficacia del cemento Portland tipo IP-30 como estabilizante en suelos limosos, logrando incrementos significativos en la resistencia mecánica y una reducción de su comportamiento plástico. Se establece que un contenido óptimo del 7 % de cemento ofrece un equilibrio entre desempeño técnico y viabilidad económica, alcanzando mejoras notables en un plazo razonable de 28 días de curado.

Además, la evolución de la RCNC se ajusta a los modelos clásicos de estabilización química de suelos, concordando con investigaciones previas en suelos de características similares. La reducción del IP también refleja la disminución de la actividad coloidal del suelo debido a la reacción puzolánica, haciendo el suelo más estable frente a humedad.

#### 4.1 Plasticidad

Tabla 2: Resumen de los ensayos de los límites de consistencia del suelo con porcentaje de cemento

Mezcla Suelo - Cemento	LL	IP	susc
Suelo natural	28,92	5,1	ML
Suelo natural con 5% de cemento	29,97	5,14	ML
Suelo natural con 6 % de cemento	29,96	4,70	ML
Suelo natural con 7% de cemento	30,54	4,62	ML
Suelo natural con 8% de cemento	29,72	4,13	ML
Suelo natural con 9% de cemento	29,21	3,31	ML

Se observa un incremento progresivo del límite líquido conforme se aumenta el porcentaje de cemento en las mezclas. Este comportamiento puede atribuirse a la incorporación de partículas finas provenientes del cemento, las cuales tienen una alta capacidad de absorción de agua. Al integrarse con la matriz del suelo, estas partículas modifican la textura y la estructura del mismo, favoreciendo la retención de humedad y, por tanto, incrementando el contenido de agua necesario para alcanzar el estado plástico del material. Este fenómeno refleja una mayor cohesión entre las partículas del suelo-cemento, lo que influye directamente en sus propiedades de plasticidad y trabajabilidad.

Tabla 3: Resumen de los ensayos de compactación de suelo con adición de cemento

Compactación (ASTM-D698 AASHTO T99)							
Suelo - cemento	Densidad máx.	Contenido de humedad					
Suelo natural	1,636	15,03					
5% de cemento	1,654	16,11					
6% de cemento	1,665	15,72					
7% de cemento	1,676	15,19					
8% de cemento	1,647	14,74					
9% de cemento	1,655	14,4					

La adición de cemento al suelo limoso provoca un aumento general del límite plástico, especialmente con porcentajes del 5%, 6% y 7%, alcanzando valores máximos en 7% de cemento, lo que indica una mayor cohesión y resistencia a la deformación. Este comportamiento sugiere una interacción óptima entre el suelo y el cemento, que modifica la textura y mejora la firmeza estructural del suelo al incrementar el contenido de partículas finas activas. Sin embargo, a partir del 8% de cemento, se observa una leve disminución y luego un pequeño repunte, indicando una posible saturación del efecto estabilizante. En resumen, el cemento favorece que el suelo pase de una plasticidad moderada a un estado más sólido y estable, mejorando su desempeño bajo car-

Figura 2: Análisis del límite plástico Análisis del índice de plasticidad 6 5,265 5.09 4,66 5 4,178 4 3,36 3,37 <u>n</u> 3 2 1 0 SN 5% 7% 8% 9% 6% % de cemento ■SN ■5% ■6% ■7% ■8% ■9%

El análisis del índice de plasticidad (IP) revela una disminución progresiva con el aumento del porcentaje de cemento en suelos limosos, evidenciando una mejora significativa en las propiedades geotécnicas del material. El suelo natural presenta un IP inicial de 5,265, que se reduce a 3,36 con la adición del 7% de cemento, identificando este porcentaje como óptimo para la estabilización en términos de

comportamiento plástico.

Esta reducción se atribuye a la interacción entre un incremento moderado del límite plástico (LP) y una variación controlada del límite líquido (LL), que en conjunto disminuyen el rango de humedad susceptible a la plasticidad, limitando los cambios volumétricos asociados a ciclos humedad-sequedad. En consecuencia, el suelo estabilizado exhibe menor susceptibilidad a deformaciones, hinchamientos y contracciones, características críticas en suelos limosos con estabilidad deficiente en estado natural.

Desde una perspectiva microestructural, la incorporación de cemento modifica la matriz del suelo, promoviendo una mayor resistencia mecánica y disminución de la deformabilidad. Estos efectos reducen significativamente el riesgo de agrietamientos y ondulaciones bajo condiciones variables de humedad. Por tanto, la estabilización con un 7% de cemento se posiciona como la dosificación técnica más eficiente para optimizar la plasticidad y estabilidad del suelo limoso.

#### 4.2 Compactación

Tabla 4: Valores de densidades máximas

Valores de densidades máximas							
Mezcla suelo-cemento	Suelo natural	S+5% de Cemento	S+6% de Cemento	S+7% de Cemento	S+8% de Cemento	S+9% de Cemento	
D máx.	1,636	1,654	1,665	1,676	1,647	1,655	
CHO	15,03	16,11	15,72	15,19	14,74	14,4	

Análisis de compactación 1,71 1,678 1,66 1,66 1,658 Densidad (g/cm3) 1,65 1,61 1,56 1,51 1,63 1,46 5,00 0,00 10.00 15.00 20,00 25,00 % Humedad

◆SN → SN+5% → SN+6% → SN+7% → SN+8% → SN+9%

Figura 3: Análisis de compactación de suelo

El ensayo de compactación se realizó con el propósito de determinar la humedad óptima y el peso unitario seco máximo del suelo en su estado natural y estabilizado con diferentes porcentajes de cemento: 5%, 6%, 7%, 8% y 9%. Estos parámetros son fundamentales para conocer las condiciones ideales de compactación del suelo, ya que influyen directamente en su resistencia mecánica y capacidad portante.

Los resultados obtenidos fueron graficados para visualizar el comportamiento del suelo frente a los distintos porcentajes de cemento, permitiendo identificar claramente los valores correspondientes a la mejor compactación en cada mezcla. La figura N°4, que muestra la relación entre el peso unitario seco y el contenido de humedad, evidencia que, conforme se incrementa el porcentaje de cemento, se produce un aumento en el valor del peso unitario seco máximo, así como una leve variación en la humedad óptima.

De forma específica, se observó que el mayor valor de peso unitario seco máximo fue alcanzado con una adición del 7% de cemento, registrando un valor de 1,678 g/cm<sup>3</sup>. Este punto representa la mejor compactación lograda, lo cual es un indicador de mayor densidad y cohesión del suelo tratado. Esta mejora se traduce en una incrementada capacidad de carga del terreno, característica altamente favorable para su aplicación en obras de infraestructura.

El incremento progresivo del peso unitario seco puede atribuirse a la interacción entre el suelo y el cemento, donde los productos de la hidratación del cemento (principalmente los silicatos y aluminatos cálcicos hidratados) contribuyen a una estructura del suelo más compacta y con menor porosidad. Esta interacción permite que las partículas del suelo se reorganicen, reduciendo los espacios vacíos y generando una mezcla más densa.

En conclusión, los resultados del ensayo de compactación indican que el uso de un 7% de cemento proporciona la mejor condición de compactación del suelo limoso analizado, potenciando sus propiedades físicas y mecánicas. Esto refuerza la recomendación técnica de utilizar este porcentaje como dosificación óptima para la estabilización del suelo, logrando una mejora sustancial en su comportamiento geotécnico.

Análisis de la compresión inconfinada según el porcentaje de cemento

Compresión inconfinada con el suelo natural

Tabla 5: Resistencia a la compresión inconfinada 0 % de cemento

	Resistencia con los días de curado (KN/m²)							
Probetas	7 días		14 días		28 días			
Trobetas	٤ %	$q_u$ $(KN/m^2)$	ε%	$q_u$ $(KN/m^2)$	٤ %	$q_u$ $(KN/m^2)$		
Probeta 1	72,80	444,72	75,45	674,29	67,14	706,44		
Probeta 2	74,40	472,30	77,66	709,18	59,92	699,95		
Promedio	73,60	458,51	76,56	691,74	63,53	703,195		

Tabla 6: Resistencia a la compresión inconfinada 5% de cemento

	Resistencia con los días de curado (KN/m²)							
Probetas	7 días		14 días		28 días			
Trobetas	٤ %	$q_u$ $(KN/m^2)$	٤ %	$q_u$ $(KN/m^2)$	٤ %	$q_u$ $(KN/m^2)$		
Probeta 1	69,77	877,25	68,59	982,41	67,04	1118,34		
Probeta 2	70,11	800,95	66,42	950,86	68,61	1113,87		
Promedio	69,94	839,109	67,505	966,634	67,83	1116,11		

Tabla 7: Resistencia a la compresión inconfinada 6% de cemento

	Resistencia con los días de curado (KN/m²)							
Probetas	7 días		14 días		28 días			
11000143	٤ %	$q_u$ $(KN/m^2)$	٤ %	$q_u$ $(KN/m^2)$	٤ %	$q_u$ $(KN/m^2)$		
Probeta 1	56,43	881,86	52,11	1111,01	46,02	1233,74		
Probeta 2	68,57	995,96	56,47	1159,28	41,07	1207,09		
Promedio	62,50	938,91	54,29	1135,15	43,55	1220,42		

Tabla 8: Resistencia a la compresión inconfinada 7% de cemento

	Resistencia con los días de curado (KN/m²)							
Probetas	7 días		14 días		28 días			
. rescus	٤ %	$q_u = (KN/m^2)$	٤ %	$q_u$ $(KN/m^2)$	٤ %	$q_u$ $(KN/m^2)$		
Probeta 1	51,24	1244,20	51,76	1380,49	40,86	1605,28		
Probeta 2	54,38	1116,61	52,27	1324,47	45,90	1658,05		
Promedio	52,81	1180,41	52,02	1352,48	43,38	1631,67		

Tabla 9: Resistencia a la compresión inconfinada 8% de cemento

	Resistencia con los días de curado (KN/m²)							
Probetas	7 días		14 días		28 días			
rrooctus	٤ %	$q_u = (KN/m^2)$	٤ %	$q_u = (KN/m^2)$	٤ %	$q_u$ $(KN/m^2)$		
Probeta 1	77,50	1192,14	73,06	1236,32	49,85	1254		
Probeta 2	74,29	1187,07	67,45	1221,75	53,40	1239,74		
Promedio	75,89	1085,41	70,26	1229,04	51,63	1246,87		

Tabla 10: Resistencia a la compresión inconfinada 9% de c	-emento

	Resistencia con los días de curado (KN/m²)							
Probetas	7 días		14 días		28 días			
	٤ %	$q_u = (KN/m^2)$	٤ %	$q_u$ $(KN/m^2)$	٤ %	$q_u$ $(KN/m^2)$		
Probeta 1	54,96	1179,64	52,56	1288,86	49,45	1396,96		
Probeta 2	52,58	1106,89	52,04	1256,44	40,70	1422,26		
Promedio	53,77	1143,27	52,3	1272,65	45,08	1409,61		

#### 4.3 Análisis de la resistencia del suelo con respecto a los días de curado y al porcentaje de cemento

El estudio evalúa la resistencia a la compresión no confinada del suelo estabilizado con cemento en diferentes porcentajes y tiempos de curado (7, 14 y 28 días), identificando que:

#### A los 7 días:

La resistencia aumenta progresivamente hasta un 40,43% con 7% de cemento, que es la dosificación óptima. Porcentajes mayores (8% y 9%) no generan incrementos proporcionales y pueden ser menos eficientes.

#### A los 14 días:

Se observa un aumento general en la resistencia, con un máximo incremento del 48,07% también a 7% de cemento. El tiempo de curado mejora el desarrollo mecánico, pero dosis mayores no garantizan mejores resultados.

#### A los 28 días:

La resistencia sigue creciendo, alcanzando un máximo de 56,90% con 7% de cemento. Aumentos por encima de este porcentaje no mejoran significativamente la resistencia y pueden implicar un uso ineficiente de material.

#### Conclusión:

El porcentaje óptimo de cemento para la estabilización del suelo es el 7%, ya que ofrece el mejor balance entre incremento de resistencia y eficiencia económica en los tres periodos de curado analizados.

Figura 4: Resistencia a la compresión no confinada vs porcentaje de cemento

Análisis de la compresión inconfinada con los días de curado



La mezcla de suelo con un 7% de cemento presentó el mejor comportamiento mecánico entre todas las dosificaciones analizadas. Se observa un incremento sostenido de la resistencia con el tiempo de curado, alcanzando a los 28 días un  $q_u$  promedio de 1631,67 kN/m<sup>2</sup>, lo que representa un incremento del 56,90% respecto a la resistencia a los 0% de cemento  $(703,195 \text{ kN/m}^2)$ .

Además, la disminución de la deformación axial al 28° día indica una mayor rigidez del material, lo cual es deseable para aplicaciones estructurales. Este comportamiento reafirma que una dosificación del 7% resulta óptima en términos de resistencia y durabilidad para los suelos estudiados.

Aumentar el contenido de cemento por encima del 7% no conlleva mejoras proporcionales e incluso podría significar una pérdida de eficiencia técnica, económica y ambiental.

#### 5. CONCLUSIONES

Los ensayos realizados permitieron evaluar el comportamiento mecánico de un suelo limoso estabilizado con distintos porcentajes de cemento (5 %, 7 % y 9 %) bajo diferentes tiempos de curado (7, 14 y 28 días). A partir de los análisis experimentales, se concluye lo siguiente:

Incremento de la resistencia mecánica: La resistencia a la compresión no confinada (RCNC) aumentó de manera progresiva con el contenido de cemento y con el tiempo de curado, evidenciando un mejor desempeño del suelo estabilizado. El mayor valor de resistencia se obtuvo con una dosificación del 7 % de cemento a los 28 días, lo cual representa una mejora significativa respecto al suelo natural.

Mejora de la plasticidad: La incorporación de cemento redujo de manera efectiva el índice de plasticidad (IP) del suelo, haciendo que el material adquiera un comportamiento más estable frente a la humedad y menos susceptible a deformaciones volumétricas.

Optimización de las propiedades de compactación: Se observó un ligero incremento en el peso unitario seco máximo y una disminución de la humedad óptima, lo que indica una mejora en la densificación del suelo tratado y, por tanto, una mayor capacidad de soporte.

**Dosificación óptima:** Aunque todas las dosificaciones mejoraron las propiedades del suelo, se identificó que una mezcla con 7 % de cemento y 28 días de curado proporciona un equilibrio técnico-económico adecuado para aplicaciones geotécnicas como subrasantes, capas de base o plataformas de cimentación.

Viabilidad de la estabilización con cemento: Los resultados respaldan el uso del cemento Portland tipo IP-30 como un agente estabilizante eficaz para suelos limosos de la región de Tarija, mejorando su desempeño sin requerir tratamientos adicionales complejos o costosos.

#### 6. BIBLIOGRAFÍA

- Alva Hurtado, L. (2016). Mecánica de suelos aplicada a cimentaciones (2.ª ed.). Pontificia Universidad Católica del Perú.
- ASTM D2166/D2166M-16. (2021). Standard Test Method for Unconfined Compressive Strength of Cohesive Soil. ASTM International.
- Jiménez Salas, J. A., Justo Alpañés, J. L., & Serón Bravo, J. B. (2002). Geotecnia y Cimientos, Vol. I: Propiedades de los Suelos y su Identificación. Rueda.
- Holtz, R. D., Kovacs, W. D., & Sheahan, T. C. (2011). An Introduction to Geotechnical Engineering (2nd ed.). Pearson.
- Das, B. M. (2013). Principles of Geotechnical Engineering (8th ed.). Cengage Learning.
- Bell, F. G. (1993). Engineering treatment of soils. E & FN Spon.
- Walker, R., & Pavía, S. (2009). The influence of curing on the strength of lime-stabilised soil. Materials and Structures, 42(3), 397-406. https://doi.org/10.1617/s11527-008-9390-2





### ANÁLISIS DE ESFUERZOS EN PAVIMENTOS RÍGIDOS MEDIANTE DIFERENCIAS FINITAS

STRESS ANALYSIS IN RIGID PAVEMENT BY FINITE DIFFERENCES

**Fecha de recepción:** 01/08/2025 | **Fecha de aceptación:** 01/09/2025

**Autores** 

Benítez Reynoso Alberto<sup>1</sup> Soto Salgado Laura Karina<sup>2</sup>

<sup>1y2</sup> Ph.D.; Docente e investigador de la Universidad Autónoma Juan Misael Saracho, Carrera de Ingeniería Civil

Correspondencia de los autores: albere3716@gmail.com<sup>1</sup>, laraksosal@gmail.com<sup>2</sup>

Tarija - Bolivia

#### RESUMEN

El trabajo tiene como objetivo aplicar el método de diferencias finitas para el análisis de esfuerzos en pavimentos rígidos, específicamente en losas de hormigón simplemente apoyadas sobre el terreno. La justificación radica en la necesidad de contar con métodos alternativos precisos y accesibles frente a los tradicionales, que permitan optimizar el diseño y asegurar la durabilidad de las estructuras viales. La metodología consiste en expresar las ecuaciones diferenciales parciales de la placa en términos de diferencias finitas mediante series de Taylor, dividir la losa en retículos de nodos, aplicar las condiciones de borde y resolver el sistema de ecuaciones resultante para determinar deformaciones y momentos en puntos críticos. Entre los resultados más relevantes se obtiene la deflexión central de la placa y los momentos de flexión asociados, valores que permiten evaluar la capacidad estructural y ajustar el espesor de diseño. Las conclusiones destacan que los métodos numéricos, especialmente las diferencias finitas, constituyen herramientas eficaces y confiables para el análisis de pavimentos rígidos, aplicables a problemas de ingeniería civil que involucran ecuaciones diferenciales. Este estudio evidencia la pertinencia, calidad y relevancia del método como alternativa de diseño y análisis estructural, contribuyendo a obras más seguras y eficientes.

#### ABSTRACT

The objective of this work is to apply the finite difference method to the analysis of stresses in rigid pavements, specifically in concrete slabs simply supported on the ground. The rationale lies in the need for accurate and accessible alternative methods to traditional ones, which allow for the optimization of design and ensure the durability of road structures. The methodology consists of expressing the partial differential equations of the slab in terms of finite differences using Taylor series, dividing the slab into node grids, applying the boundary conditions, and solving the resulting system of equations to determine deformations and moments at critical points. Among the most relevant results are the central deflection of the slab and the associated bending moments, values that allow the structural capacity to be evaluated and the design thickness to be adjusted. The conclusions highlight that numerical methods, especially finite differences, are effective and reliable tools for the analysis of rigid pavements, applicable to civil engineering problems involving differential equations. This study demonstrates the relevance, quality, and importance of the method as an alternative for structural design and analysis, contributing to safer and more efficient works.

Palabras Clave: Análisis de esfuerzos, pavimentos rígidos, diferencias finitas, serie de Taylor, ecuaciones diferenciales.

Keywords: Stress análisis, rigid pavement, finite differences, Taylor serie, differential equations.

#### 1. INTRODUCCIÓN

En el análisis y diseño de pavimentos rígidos, que consisten en losas de hormigón apoyadas sobre el terreno de fundación o una base especialmente preparada, se usan varios métodos, los cuales pueden ser empíricos, mecanístico-empíricos, analíticos y simplificados (adecuados a condiciones locales). Actualmente se están investigando otros con base en la Inteligencia Artificial (redes neuronales y algoritmos genéticos) y otros que incorporan la incertidumbre mediante el modelado usando la teoría de la probabilidad y otras herramientas, tanto matemáticas como computacionales.

El Método de las Diferencias Finitas, como herramienta matemática es muy antiguo, sin embargo, su uso en el análisis y diseño de placas cobra importancia a partir de la aparición de los poderosos instrumentos de cálculo disponibles actualmente.

El objetivo de este artículo radica en establecer las bases matemáticas que permiten expresar cualquier ecuación diferencial en términos de diferencias, obteniendo, de este modo un sistema de ecuaciones algebraicas, mismas que pueden resolverse con cualquier programa informático simple, incluso con una calculadora de bolsillo.

#### 2. MATERIALES Y MÉTODOS

Es ampliamente conocida la ecuación diferencial de la placa sometida al fenómeno físico de la flexión, conocida como ecuación de Lagrange (Timoshenko & Woinowsky-Krieger, 1975), la cual, se expresa de la siguiente manera:

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 y}{\partial y^4} = \frac{q}{D}$$

En la cual:

$$\mathbf{D} = \frac{\mathbf{E}\mathbf{h}^3}{\mathbf{12}(\mathbf{1} - \mathbf{\mu}^2)} \tag{2}$$

w = deformación por flexión o deflexión a lo largo del eje vertical;

q = carga vertical uniformemente distribuida, expresada en unidades de fuerza sobre superficie (kN/m2);

**D** = rigidez a la flexión de la placa;

**h** = espesor de la placa;

 $\mu$  = módulo de Poisson;

**E** = módulo de elasticidad.

Como se puede apreciar, es una ecuación diferencial parcial, lineal y de cuarto orden, que no tiene una solución analítica. Consecuentemente, su solución requiere de métodos que expresen la misma de otra manera para conducir a una solución.

También, (Timoshenko & Woinowsky-Krieger, 1975) se puede demostrar que los momentos en los ejes x e y, pueden ser expresados en la siguiente forma:

$$m_x = -D\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial v^2}\right) \tag{3}$$

$$m_y = -D\left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right) \tag{4}$$

$$\mathbf{m}_{\mathbf{x}} + \mathbf{m}_{\mathbf{y}} = -\mathbf{D}(\mathbf{1} + \mathbf{\mu}) \left( \frac{\partial^2 \mathbf{w}}{\partial \mathbf{x}^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{w}}{\partial \mathbf{y}^2} \right)$$
 (5)

$$\mathbf{M} = \frac{\mathbf{m}_{\mathbf{x}} + \mathbf{m}_{\mathbf{y}}}{\mathbf{1} + \mathbf{\mu}} = -\mathbf{D} \left( \frac{\partial^2 \mathbf{w}}{\partial \mathbf{x}^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{y}}{\partial \mathbf{y}^2} \right) \quad (6)$$

$$\frac{\partial^2 M}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 M}{\partial y^2} = -q \tag{7}$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = -\frac{M}{D} \tag{8}$$

Una función w(x, y), que no es otra cosa que la deformación vertical de la placa en flexión, puede ser expresada, expandiéndola en términos de serie de Taylor, de la siguiente manera (incrementando x en  $\Delta x$ , manteniendo constante y):

$$\mathbf{w}(\mathbf{x} + \Delta \mathbf{x}, \mathbf{y}) = \mathbf{w}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) + \frac{\partial \mathbf{w}}{\partial \mathbf{x}} \Delta \mathbf{x} + \frac{1}{2!} \frac{\partial^2 \mathbf{x}}{\partial \mathbf{x}^2} \Delta \mathbf{x}^2 + \dots + \frac{1}{n!} \frac{\partial^n \mathbf{w}}{\partial \mathbf{x}^n} \Delta \mathbf{x}^n$$
(9)

Si se trunca la serie en el tercer término del segundo miembro, se tiene:

$$\mathbf{w}(\mathbf{x} + \Delta \mathbf{x}, \mathbf{y}) = \mathbf{w}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) + \frac{\partial \mathbf{w}}{\partial \mathbf{x}} \Delta \mathbf{x} + \frac{1}{2!} \frac{\partial^2 \mathbf{w}}{\partial \mathbf{x}^2} \Delta \mathbf{x}^2$$
(10)

Análogamente:

$$\mathbf{w}(\mathbf{x} - \Delta \mathbf{x}, \mathbf{y}) = \mathbf{w}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) - \frac{\partial \mathbf{w}}{\partial \mathbf{x}} \Delta \mathbf{x} + \frac{1}{2!} \frac{\partial^2 \mathbf{w}}{\partial \mathbf{x}^2} \Delta \mathbf{x}^2$$
(11)

$$\mathbf{w}(\mathbf{x}, \mathbf{y} + \Delta \mathbf{y}) = \mathbf{w}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) + \frac{\partial \mathbf{w}}{\partial \mathbf{y}} \Delta \mathbf{y} + \frac{1}{2!} \frac{\partial^2 \mathbf{w}}{\partial \mathbf{y}^2} \Delta \mathbf{y}^2$$
(12)

$$\mathbf{w}(\mathbf{x}, \mathbf{y} - \Delta \mathbf{y}) = \mathbf{w}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) - \frac{\partial \mathbf{w}}{\partial \mathbf{v}} \Delta \mathbf{y} + \frac{1}{2!} \frac{\partial^2 \mathbf{w}}{\partial \mathbf{v}^2} \Delta \mathbf{y}^2$$
(13)

Combinando convenientemente, de dos en dos, las cuatro ecuaciones anteriores, se tiene:

$$\frac{\partial^2 \mathbf{w}}{\partial \mathbf{x}^2} = \frac{\mathbf{w}(\mathbf{x} + \Delta \mathbf{x}, \mathbf{y}) + \mathbf{w}(\mathbf{x} - \Delta \mathbf{x}, \mathbf{y}) - 2\mathbf{w}(\mathbf{x}, \mathbf{y})}{\Delta \mathbf{x}^2}$$
(14)

$$\frac{\partial^2 \mathbf{w}}{\partial \mathbf{y}^2} = \frac{\mathbf{w}(\mathbf{x}, \mathbf{y} + \Delta \mathbf{y}) + \mathbf{w}(\mathbf{x}, \mathbf{y} - \Delta \mathbf{y}) - 2\mathbf{w}(\mathbf{x}, \mathbf{y})}{\Delta \mathbf{x}^2}$$
(15)

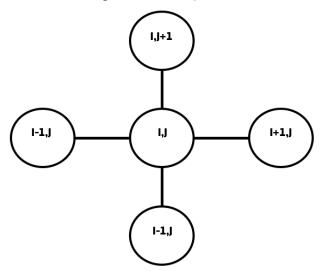
Similarmente:

$$\frac{\partial^2 \mathbf{M}}{\partial \mathbf{x}^2} = \frac{\mathbf{M}(\mathbf{x} + \Delta \mathbf{x}, \mathbf{y}) + \mathbf{M}(\mathbf{x} - \Delta \mathbf{x}, \mathbf{y}) - 2\mathbf{M}(\mathbf{x}, \mathbf{y})}{\Delta \mathbf{x}^2}$$
(16)

$$\frac{\partial^2 M}{\partial y^2} = \frac{M(x,y+\Delta y) + M(x,y-\Delta y) - 2M(x,y)}{\Delta y^2}$$
(17)

En lugar de  $\Delta x$  y  $\Delta y$ , se usa una notación más conveniente, que se representa en la figura siguiente.

Figura 1: Notación práctica



De manera que, las ecuaciones 14 a 17 toman la siguiente forma:

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = \frac{w(I+1,J) + w(I-1,J) - 2w(I,J)}{\Lambda x^2} \tag{18}$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial v^2} = \frac{w(I,J+1) + w(I,J-1) - 2w(I,J)}{\Delta v^2}$$
(19)

$$\frac{\partial^2 M}{\partial x^2} = \frac{M(I+1,J)+M(I-1,J)-2M(I,J)}{\Delta x^2}$$
 (20)

$$\frac{\partial^2 M}{\partial y^2} = \frac{M(I,J+1) + M(I,J-1) - 2M(I,J)}{\Delta y^2}$$
 (21)

En el caso de la placa apoyada en el terreno, en toda su superficie, la ecuación (1) se expresa de la siguiente manera:

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 y}{\partial y^4} = \frac{q}{D} - \frac{kw}{D}$$
 (22)

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 y}{\partial y^4} = \frac{q - kw}{D} \quad (23)$$

Siendo k = módulo de reacción del terreno, que puede ser determinado por un ensayo de placa, o, estimado a partir de correlaciones con otras propiedades de los suelos. Muchas otras variables geotécnicas se estiman mediante correlaciones con otras propiedades (Benítez, A., 2021, 2020, 2019, 2018, 2017, 2015, 2014, 2012, 2010, 1997).

Si, para la ecuación (23), se expresan en términos de diferencias finitas, todas las derivadas parciales de cuarto orden y luego se usa la notación práctica representada en la figura 1, se tiene:

Que es la ecuación de la placa en flexión, apoyada sobre el terreno, en términos de diferencias finitas.

#### En resumen, se sigue la siguiente estrategia metodológica:

- Dividir el dominio (región de trabajo) en retículos de ancho  $\Delta x$  y altura  $\Delta y$ , identificados por sus nudos o nodos.
- Numerar los nodos.
- Expresar las derivadas presentes en la ecuación diferencial, que gobierna el fenómeno físico, en forma aproximada (por ejemplo, mediante expansión en series de Taylor).
- Reemplazar estas expresiones aproximadas en la ecuación diferencial.
- Para cada nodo, escribir la ecuación diferencial en su versión aproximada, en diferencias finitas.

- Es decir, deben plantearse tantas ecuaciones como nodos hayan en el dominio.
- Usar las condiciones de borde para simplificar el problema.
- Resolver las ecuaciones planteadas.
- Calcular las incógnitas pedidas.
- Interpretar los resultados.

#### 3. RESULTADOS

Considérese una placa apoyada en el terreno, de forma cuadrada, de modo que sus cuatro bordes se comporten como simplemente apoyados. Si a es la dimensión de la placa cuadrada y si  $\Delta x = \Delta y = a/4$ , la simetría permite numerar a los nodos como se representa en la figura 2.

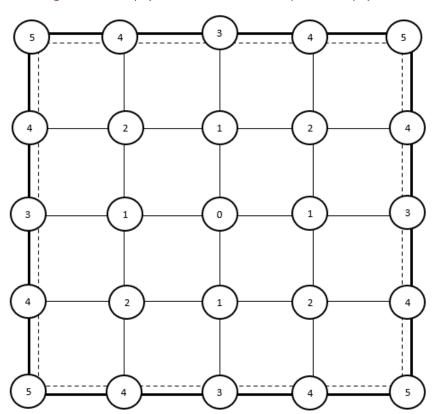


Figura 2: Placa apoyada sobre el terreno, simplemente apoyada

La simetría, las condiciones de borde y las dimensiones de la placa, conducen a establecer que es suficiente aplicar la ecuación (24) a los nodos 0, 1 y 2. Asimismo, las condiciones de borde indican que las deflexiones (deformaciones por flexión) son cero en todos los puntos ubicados en los bordes de la placa.

Al aplicar la ecuación (24) a los puntos 1, 2 y 3, se obtienen las siguientes ecuaciones:

$$20w_{o} - 32w_{1} + 8w_{2} = \frac{\Delta x^{4}(q - kw_{o})}{D}$$

$$-8w_{o} + 24w_{1} - 16w_{2} = -\left(\frac{\Delta x^{4}}{D}\right)kw_{1} \quad (25)$$

$$2w_{o} - 16w_{1} + 20w_{2} = -\left(\frac{\Delta x^{4}}{D}\right)kw_{2}$$

Si: 
$$\frac{\Delta x^4}{D} = N$$
  
 $(20 + Nk)w_0 - 32w_1 + 8w_2 = Nq$   
 $-8w_0 + (24 + Nk)w_1 - 16w_2 = 0$   
 $2w_0 - 16w_1 + (20 + Nk)w_2 = 0$  (26)

Si: 
$$(Nk)^3 + 64(Nk)^2 + 832Nk + 1014 = d$$

$$w_{o} = \frac{Nq}{d} [(Nk)^{2} + 44Nk + 224]$$

$$w_{1} = \frac{Nq}{d} (8Nk + 128)$$

$$w_{2} = \frac{Nq}{d} (80 - 2Nk)$$
(27)

Usando las ecuaciones (3) y (4), expresadas en términos de diferencias finitas, para las derivadas segundas y sustituyendo las deformaciones obtenidas según las ecuaciones (27) se obtiene el momento en el punto o, siendo los resultados:

$$m_{ox} = m_{oy} = \frac{qa^2}{8d}(1+\mu)[(36Nk+(Nk)^2+96$$

Que es el momento de flexión en el punto 0, es decir en el centro de la placa, valor que sirve para definir el espesor de la placa o corregir el valor que se adopte inicialmente, para lo cual, se lo debe comparar con un valor admisible (módulo de rotura del hormigón).

#### 4. CONCLUSIONES

- Se ratifica el poder que tienen los métodos numéricos en la solución de ecuaciones diferenciales parciales.
- O Si bien la solución manual puede ser tediosa, especialmente cuando la placa se divide en retículas cada vez más pequeñas, el método se vuelve potente y eficiente cuando se programa para computadoras.
- Las soluciones numéricas arrojan resultados muy cercanos a las soluciones analíticas, lo cual se puede comprobar al resolver problemas cuya solución analítica existe.
- El método de las diferencias finitas constituye una alternativa más en el análisis y diseño de pavimentos rígidos.
- El método es fácilmente aplicable a otros problemas de la ingeniería civil, cuyos fenómenos pueden modelarse en términos de ecuaciones diferenciales.

#### 5. BIBLIOGRAFÍA

- Benítez, A. (2021). Propiedades geotécnicas y mecánicas de los suelos: correlaciones y modelos matemáticos (con énfasis en los suelos bolivianos). Imprenta Integral S.R.L., Tarija (Bolivia).
- Benítez, A. (2020). Geotechnical and mechanical properties of soils: correlations, mathematical models and implications in structural and geotechnical engineering with emphasis in Bolivian soils. Post Doctorate Thesis, Atlantic International University, USA.

Benítez, A (2019). Modelos Matemáticos Ge-Benítez, A. (2015). Estimación de algunas pronerales para la Predicción del CBR (California piedades geotécnicas de los suelos mediante Bearing Ratio) en los Suelos Bolivianos. Revista análisis multivariado (regresión múltiple) y su Universitaria de Divulgación Científica "VENTAutilidad en la Ingeniería Civil: Suelos Finos del NA CIENTÍFICA", Vol. 9 N° 15, pp. 9-24, junio, 2019, Oriente Boliviano, Revista INGENIERÍA E INVES-Tarija. TIGACIÓN (órgano oficial de la Sociedad de Ingenieros de Bolivia), N° 5, pp. 36-43. Depósito Benítez, A. (2018). Principios Dialécticos de la Legal: 4-3-10-14. Ingeniería Estructural e Implicaciones en la Seguridad, "Congreso Panamericano en Seguridad, Benítez, A. (2014). Dialéctica de la Ingeniería Es-Construcciones Seguras y Manejo de Desastres", tructural. Convenio Andrés Bello, Universidad Cartagena de Indias, 10 y 11, en el marco de la Nacional Siglo XX e Instituto Internacional de XXXVI Convención de la UPADI (Unión Panameri-Integración. Depósito Legal: 4-1-1568-14, ISBN: cana de Asociaciones de Ingenieros). 978-99954-98-15-3, La Paz (Tesis Doctoral y Libro). Benítez, A. (2018). Relación entre la Relatividad de Einstein y la Ingeniería Estructural. Revista Benítez, A. (2014). La Investigación en Tiempos INGENIERÍA PANAMERICANA, Volumen 2, pp. 58de Transformación, con el artículo "Filosofía e 61, Edición UPADI (Unión Panamericana de Aso-Ingeniería: una definición dialéctica de la ingeciaciones de Ingenieros). niería estructural y sus implicaciones en la formación profesional. Coautor del Libro de edición Benítez, A. (2017). Propiedades mecánicas de coordinada por David Mora y Ximena Roncal las arcillas bolivianas: modelos matemáticos, (Convenio Andrés Bello-Instituto Internaciocorrelaciones e implicaciones en la Ingeniería nal de Integración), DL 4-1-856-14, ISBN 978-Estructural. PRIMER CONGRESO PANAMERICA-99954-98-10-8, La Paz. NO DE INGENIERÍA ESTRUCTURAL, 26-28 de octubre, Tarija (Bolivia). Benítez, A. (2012). Propiedades mecánicas de los suelos, correlaciones, modelos matemáticos e Benítez, A. (2017). Métodos de Investigación en implicaciones en la ingeniería vial. XVI Congreso Ingeniería Estructural. PRIMER CONGRESO PA-Argentino de Vialidad y Tránsito, 22-26 de octu-NAMERICANO DE INGENIERÍA ESTRUCTURAL, bre, Córdoba. 26-28 de octubre, Tarija (Bolivia). Benítez, A. (2010). Modelos multivariados en la Benítez, A. (2017). Métodos energéticos y variaestimación de algunas propiedades mecánicas cionales en la Ingeniería Estructural: Genealogía de los suelos y sus implicaciones en la ingenie-

ría vial. XX Congreso Argentino de Mecánica de

Suelos e Ingeniería Geotécnica (6 al 9 de octu-

bre) publicación en CD e impresa (libro del Congreso) ISBN: 978-950-42-0129-8, Mendoza (Ar-

gentina).

y análisis conceptual. PRIMER CONGRESO PANA-

MERICANO DE INGENIERÍA ESTRUCTURAL, 26-28

de octubre, Tarija (Bolivia).

- Benítez, A. (2004). Generalización de las relaciones entre los procesos del ciclo hidrológico para la cuenca internacional del río de La Plata: "Enfoque Sistémico y Análisis Multivariado". Tesis de doctorado, Universidad de Sevilla, España.
- Benítez, A. (2001). Criterios hidrológicos aplicados a la Ingeniería Vial, un breve análisis metodológico y conceptual. Revista Rutas, No. 78 – II época, mayo-junio, pp. 33-40, Madrid, España.
- Farlow, S.J. (1993). Partial differential equations for Scientists and engineers. Dover Publications, Inc., New York.
- Benítez, A. (1997). Modelos matemáticos para la estimación de propiedades mecánicas de los suelos y su aplicación al diseño de firmes. Los suelos del valle Central de Tarija. Revista Rutas, No. 59 – II época, marzo-abril, pp. 73-78, Madrid, España.
- Timoshenko & Woinowsky-Krieger (1975). Teoría de placas y láminas. URMO, S.A. de ediciones, Bilbao (España).



## APROXIMACIÓN NUMÉRICA DE LA CAPACIDAD EN FLEXIÓN COMPUESTA DE LA SECCIÓN CIRCULAR EN HORMIGÓN ARMADO

NUMERICAL APPROXIMATION OF CAPACITY IN COMPRESSION AND FLEXURE OF THE CIRCULAR SECTION IN REINFORCED CONCRETE

**Fecha de recepción:** 01/08/2025 | **Fecha de aceptación:** 01/09/2025

**Autor** 

Cox Hoyos Walter Ricardo<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Ingeniero Civil, M. Sc., Docente Pasivo de Grado y Postgrado - UAJMS Facultad de Ciencias y Tecnología Departamento de Estructuras y Ciencias de los Materiales Ingeniería Civil

Correspondencia del autor: ricox4444@yahoo.com1

Tarija - Bolivia

#### RESUMEN

La comprobación de secciones circulares de hormigón armado es una labor esencial en la ejecución de sistemas estructurales y geotécnicos. Sin embargo, la realización de este cometido resulta escabrosa por la inexistencia de ecuaciones directas.

Se presenta la formulación y las ecuaciones resultantes para la aproximación numérica directa de la capacidad en flexión compuesta de la sección circular de hormigón armado.

El desarrollo se basa en el empleo de ecuaciones adimensionales calibradas con base en un juego de valores numéricos que cubre todo el rango posible de los parámetros.

Las ecuaciones obtenidas tienen una excelente precisión por lo que pueden ser empleadas con fines prácticos.

#### **ABSTRACT**

The verification of circular sections of reinforced concrete is an essential task in the execution of structural and geotechnical systems. However, carrying out this task is difficult due to the lack of availability of direct equations.

The formulation and the resulting equations for the direct numerical approximation of the capacity in compression and flexion of the circular section of reinforced concrete are presented.

The development is based on the use of dimensionless equations calibrated based on a set of numerical values that covers the entire possible range of parameter.

The equations obtained have excellent precision so they can be used for practical purposes.

Palabras Clave: Sección circular, hormigón armado, capacidad, flexión compuesta.

**Keywords:** Circular section, reinforced concrete, capacity in compression and flexion.

#### 1. INTRODUCCIÓN

En frecuentes ocasiones es necesario determinar la capacidad en flexión compuesta de la sección circular de hormigón armado, bien porque se esté peritando un elemento ya construido, bien porque se esté verificando un elemento ya diseñado o bien porque se esté revisándolo. También, es imprescindible disponer del valor de este parámetro cuando se realiza el diseño de pilotes circulares largos solicitados por carga lateral. Los programas estructurales comerciales (software) normalmente están enfocados en la realización de tareas de diseño, y no de verificación, con lo que resulta escabroso acometer esta labor utilizándolos.

La sección circular es frecuentemente utilizada en elementos verticales de hormigón armado debido a su simplicidad de construcción y a la propiedad de que presenta igual rigidez en todas las direcciones. Sin embargo, en comparación con la sección rectangular, el abordaje de su cálculo resulta mucho más complicado y, como no es posible derivar expresiones directas para determinar su solución, se hace necesario recurrir a procedimientos numéricos de naturaleza iterativa, lo que hace inviable su operación manual escueta. También, cuando se realiza aplicaciones informáticas, es preferible disponer de expresiones que proporcionen la capacidad de manera explícita en vez de tener que recurrir a procedimientos iterativos. Aunado a todo esto se tiene el hecho de que el tratamiento de la sección circular no se encuentra necesariamente desarrollado en detalle en la literatura especializada.

Los elementos verticales están solicitados tanto por acciones verticales (que los comprimen; como el peso propio) como por acciones laterales concomitantes (que los flexan y cizallan; como el viento, la excitación sísmica, el empuje del terreno, el empuje del agua). Mientras que la sección rectangular, en

el caso más general, se encuentra en flexión esviada, la sección circular está simplemente en flexión compuesta.

En este trabajo se propone un juego de ecuaciones para calcular, de manera directa, manual, la capacidad en flexión compuesta de la sección circular en hormigón armado, aspecto que resulta útil en la etapa de diseño conceptual de sistemas estructurales y geotécnicos. Al verificar su precisión se determina que ésta es excelente, por lo que se infiere que estas ecuaciones pueden ser empleadas rutinariamente en las labores de ingeniería.

El trabajo se desarrolla bajo el formato de estados límite del Eurocódigo 2, [1], [2] y [3], pero, por su similitud, sus resultados también pueden ser empleados bajo el formato LRFD de ACI 318-19.

#### 2. OBJETIVO

Determinar un juego de ecuaciones para calcular de manera directa la capacidad en flexión compuesta de secciones circulares de hormigón armado.

#### 3. HIPÓTESIS DE TRABAJO

El desarrollo del trabajo se basa en la aplicación de las siguientes hipótesis:

- Planeidad de secciones
- Compatibilidad de deformaciones
- Equilibrio
- Ecuaciones constitutivas del hormigón y del acero según normativa empleada [1], [2]
- Completa adherencia entre hormigón y armadura de refuerzo
- Se ignora la contribución estructural del hormigón en tracción (ecuación constitutiva)

#### 4. METODOLOGÍA Y DESARROLLO

#### Flexión compuesta en la sección circular.

Mientras que la sección rectangular, en el caso más general, se encuentra en flexión esviada (N, Mxx, Myy), en la sección circular, merced a su propiedad de simetría multidireccional, los momentos Mxx, Myy se componen vectorialmente y su resultante produce que ella se encuentre únicamente en flexión compuesta (N, M). Esta condición se describe en la figura 1.

En esta figura las flechas dobles corresponden con momentos o giros. Para su representación se emplea el sistema dextrorso. La aplicación del teorema de Ehlers permite trasladar la fuerza normal N al centroide de la sección y acompañarla de los momentos Mxx, Myy concomitantes o de su composición vectorial M resultante.

#### Capacidad en flexión compuesta: Mu.

Las ecuaciones que se desarrollan permiten calcular de manera explícita la capacidad en flexión compuesta Mu de la sección circular.

El momento de rotura Mu (figura 2) es aquel estado tensión-deformación en el que se encuentra la sección luego de haberse ido paulatinamente incrementando la solicitación y cubierto totalmente los estados I, lla y llb (no fisurado, fisurado con comportamiento lineal y fisurado con comportamiento no lineal, respectivamente) y alcanzado la curvatura última. Allende este valor a la sección ya no le es posible soportar ningún incremento de tensión. (En el formato ACI 318-19 a este parámetro se lo denomina resistencia nominal y se simboliza con Mn).

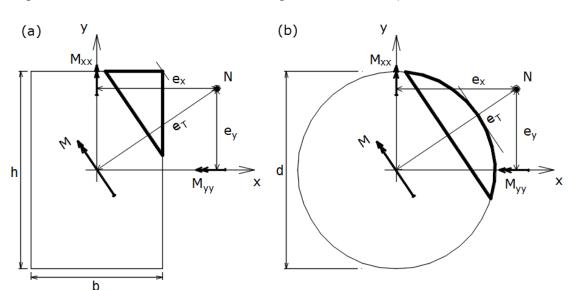


Figura 1: (a) Flexión esviada en la sección rectangular. (b) Flexión compuesta en la sección circular.

Fuente: elaboración propia.

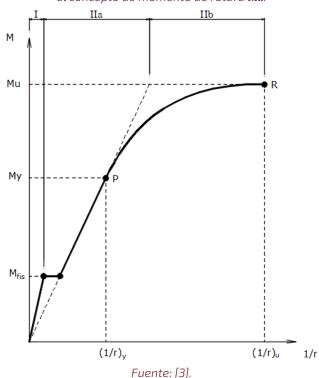


Figura 2: Diagrama momento – curvatura de una sección de hormigón armado. Se esquematiza el concepto de momento de rotura Mu.

#### Descripción del método numérico exacto para determinar Mu.

Dada la inexistencia de ecuaciones explícitas, directas, el método exacto procede por aproximaciones sucesivas. La profundidad de la fibra neutra,  $x_i$  es función del ángulo  $oldsymbol{ heta}$ , cuya definición se muestra en la figura 3. En una primera instancia, se asume el valor de este ángulo con lo que, en virtud de las hipótesis de planeidad de secciones y de compatibilidad de deformaciones, se tiene definida la geometría del perfil de deformaciones; con ello, a su vez, en virtud de las ecuaciones constitutivas, se calculan las tensiones en las diferentes fibras del hormigón y capas de armadura, lo que permite determinar las resultantes en compresión y tracción sobre la sección transversal; y conocidas estas resultantes, se verifican las condiciones de equilibrio de la sección, tanto de fuerzas horizontales como de momentos. En caso de que todas estas condiciones se verifiquen simultáneamente, se da por resuelta la sección y se calculan los restantes parámetros mecánicos, caso contrario, se procede a un nuevo ciclo de cálculo asumiendo un nuevo valor para el ángulo  $\boldsymbol{\theta}$ , y se reitera el proceso las veces que sea necesario hasta que se satisfagan las condiciones de equilibrio.

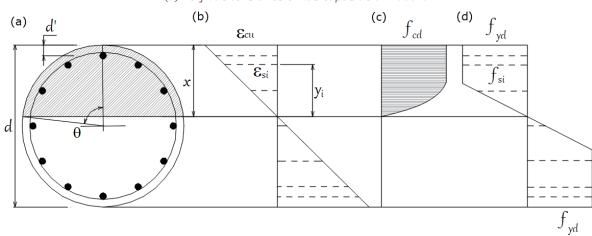


Figura 3: (a) Sección transversal circular. (b) Perfil de deformaciones. (c) Perfil de tensiones en el hormigón. (d) Perfil de tensiones en las capas de armadura.

Fuente: elaboración propia.

#### Descripción del método empleado.

En el método empleado se introducen hipótesis simplificatorias adicionales con las que se obtienen ecuaciones reducidas, adimensionales, que proveen una representación teórica - aunque aproximada- del tema. Luego, para mejorar su precisión, se emplea un juego de experimentos numéricos, obtenidos con el método exacto, con cuyos resultados se calibran, el parámetro principal  $(\boldsymbol{\theta})$  se grafica y ajusta, lo que permite en última instancia deducir el juego de ecuaciones objetivo final de este trabajo.

Las hipótesis simplificatorias adicionales y las ecuaciones reducidas que con ellas se obtienen en su desarrollo siguen a [4] y [5]; el método exacto se resolvió empleando el programa "Biaxial" [6]. Para la calibración en formato LRFD ACI 318-19 se realizaron varias corridas en el programa "Response 2000" [7], que incluye los efectos de cortante mediante el empleo de la teoría modificada del campo de compresiones, y se constató que los resultados entre ambas normas, aunque no son idénticos, son similares para todos los efectos prácticos.

La razón de esta similitud estriba en el hecho de que los coeficientes de minoración empleados en ambos formatos fueron calibrados a partir de valores similares del valor objetivo para el índice de confianza. La diferencia de formato entre ambas normas radica en que, mientras en Eurocódigo 2 el cálculo de la capacidad Mu se realiza a partir de las resistencias minoradas de los materiales, en ACI 318-19 se realiza a partir de las resistencias características y, luego, al final, el valor de capacidad obtenido se minora afectándolo por un coeficiente llamado factor de reducción de resistencia.

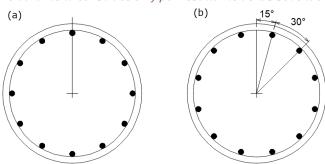
#### Determinación de la influencia de la posición girada de las armaduras.

Como se aprecia en las figuras 3(a) y 4(a), en el diseño y construcción de secciones circulares de hormigón armado se acostumbra distribuir de manera uniforme la armadura de refuerzo en todo el perímetro útil d-d'.

Por otra parte, por simplicidad de cómputo -y por costumbre- los cálculos de capacidad se realizan utilizando el acomodo de armaduras que se muestra también en estas figuras haciendo coincidir la posición de la primera de ellas con la vertical superior de la sección (posición 12:00 de las manecillas del reloj). Sin embargo, diversos factores durante la etapa de construcción pueden entrar en juego y distorsionar esta configuración supuesta. A su vez, este hecho también puede ser acentuado por la localización final de la resultante de las solicitaciones sobre la sección -que además es variable en el tiempo-.

Por esto, en primera instancia es menester dilucidar la magnitud de la influencia de este fenómeno para definir si debe ser incorporado en el análisis o no. Para ello, se investiga una sección de prueba con  $d = 0.50 \, m$ ,  $d' = 0.05 \, m$ , armada con 12 barras de 25.4mm, fck = 25 MPa, fyk = 450 MPa, v=0,50. Se resuelven con el método exacto –programa Biaxial [6] – 16 diferentes posiciones rotadas de armadura, cada dos grados, desde los 0 hasta los 30°, se determinan las capacidades Mu inherentes a cada rotación -tabla 1-, se efectúa un ajuste de los resultados Mu en función del ángulo de rotación lpha –se determina que la función que mejor se acomoda a los resultados es un ajuste armónico en dos términos- y se procede a simular 100 000 escenarios aleatorios diferentes mediante el método de Montecarlo.

Figura 4: (a) Disposición de la armadura longitudinal asumida en los cálculos. (b) Disposición girada 15° en sentido horario durante la construcción y por resultante de las solicitaciones.



Fuente: elaboración propia.

Tabla 1: Ajuste Armónico Posiciones Rotadas

N°	α[°]	Mu [kN.m]	Ajuste [kN.m]
1	0	426,46	426,63
2	2	429,50	428,48
3	4	429,50	429,50
4	6	426,47	426,53
5	8	428,09	426,38
6	10	429,39	429,50
7	12	427,60	428,48
8	14	425,89	426,63
9	16	425,89	428,48
10	18	427,60	429,50
11	20	430,61	427,20
12	22	428,09	427,20
13	24	426,36	429,50
14	26	429,50	428,48
15	28	429,50	426,63
16	30	426,46	428,48

Fuente: elaboración propia.

(a) (b) Ecu Уc do ds,c Уŧ  $\varepsilon_{t}$  $R_{s,t}$ 

Figura 5. (a) Anillo en sección transversal. (b) Perfil de deformaciones. (c) Perfil de tensiones en el hormigón. (d) Perfil de tensiones en el anillo.

Fuente: elaboración propia.

La ecuación de ajuste armónico es:

$$M_{\text{u,ajustado}} = 428,144-1,5095 \cdot \cos(0,8976 \cdot \alpha) + 0,8764 \cdot \text{seno} (0,8976 \cdot \alpha)$$
 (1)

La simulación por el método de Montecarlo determina que la distribución arcoseno de soporte arbitrario acotado es la que mejor ajusta a los resultados a través de la siguiente función de distribución de probabilidad:

$$f(x) = \frac{1}{\pi \cdot \sqrt{(x - 426,40) \cdot (429,89 - x)}}$$
 (2)

Según esta distribución, para una probabilidad del 95 % se tiene asociado un valor para **Mu** de 426,43 kN.m, prácticamente coincidente con el valor de Mu para la posición inicial (giro de 0° –tabla 1–), de donde se infiere que el efecto provocado por el giro de la posición de las armaduras no tiene influencia relevante sobre el valor Mu, motivo por el que puede ser ignorado en las subsecuentes consideraciones de este trabajo.

#### Hipótesis adicionales

El propósito de la introducción de hipótesis adicionales es simplificar el manejo conceptual del problema y facilitar la obtención de ecuaciones que representen el fenómeno y permitan su manipulación sencilla. Si bien esta simplificación ocurre a costa de sacrificar la precisión, en el subsiguiente acápite se realiza un ajuste numérico que permite calibrar estas ecuaciones y mejorar su aptitud. Siguiendo a [4] y [5], estas hipótesis adicionales son:

- Para el hormigón se emplea el diagrama de tensiones rectangular -ecuación constitutiva-
- La armadura longitudinal de refuerzo se asume conglomerada y uniformemente distribuida en un anillo concéntrico ubicado en el perímetro útil d-d'. Este anillo se considera de pequeño espesor y tiene la misma sección transversal que el total de la armadura longitudinal
- Todo el anillo se encuentra en fluencia –ecuación constitutiva-

Estas tres hipótesis adicionales se esquematizan en la figura 5.

Con relación a esta figura  $R_{c}$ ,  $R_{s,c}$ , y,  $R_{s,t}$  son las resultantes de compresión en el bloque de tensiones del hormigón y las resultantes de compresiones y de tracciones en el anillo de armadura, respectivamente. A su vez,  $d_s$ ,  $d_{sc}$  y  $d_{st}$  son las distancias desde la fibra neutra hasta estas resultantes.

#### Ecuaciones del modelo teórico y ecuaciones adimensionales.

Siguiendo a [3], [4], [5], [8] y [9], las áreas del segmento circular en compresión del hormigón, del anillo en compresión y del anillo en tracción son:

$$A_c = \frac{R^2}{2} (2\theta - \sin 2\theta) \tag{3}$$

$$A_{s,c} = \frac{\theta}{\pi} A_s \tag{4}$$

$$A_{s,t} = \frac{\pi - \theta}{\pi} A_s \tag{5}$$

#### Y, las distancias desde sus centroides hasta la fibra neutra:

$$d_c = \frac{4R\sin^3\theta}{3(2\theta - \sin 2\theta)} \tag{6}$$

$$d_{s,c} = (R - d') \frac{\sin \theta}{\theta} \tag{7}$$

$$d_{s,t} = (R - d') \frac{\sin \theta}{\pi - \theta} \tag{8}$$

El equilibrio de fuerzas horizontales implica:

$$N_d = R_c + R_{s,c} - R_{s,t}$$

$$N_d = \frac{R^2}{2} (2\theta - \sin 2\theta) f_{cd} + \frac{\theta}{\pi} A_s f_{yd}$$

$$- \frac{\pi - \theta}{\pi} A_s f_{yd}$$
(9)

Y, el equilibrio de momentos respecto de la fibra neutra:

$$M_d = M_c + M_{s,c} + M_{s,t}$$

$$M_c = \frac{R^2}{2} (2\theta - \sin 2\theta) f_{cd} \frac{4R \sin^3 \theta}{3(2\theta - \sin 2\theta)} = \frac{2}{3} R^3 \sin^3 \theta f_{cd}$$

$$M_{s,c} = \frac{\theta}{\pi} A_s f_{yd} (R - d') \frac{\sin \theta}{\theta} = \frac{\sin \theta}{\pi} (R - d') A_s f_{yd}$$

$$M_{s,t} = \frac{\pi - \theta}{\pi} A_s f_{yd} (R - d') \frac{\sin \theta}{\pi - \theta} = \frac{\sin \theta}{\pi} (R - d') A_s f_{yd}$$

Sumando estas últimas tres ecuaciones se obtiene:

$$M_u = \frac{2}{3} R^3 \sin^3 \theta \, f_{cd} + 2 \, \frac{\sin \theta}{\pi} \, (R - d') \, A_s \, f_{yd} \, (10)$$

Si se multiplican ambos miembros de la ecuación (9) por  $2/R^2 \cdot f_{cd}$  y los de la (10) por  $1/2\pi R^3 f_{cd}$  y haciendo:

h = d = 2 R

$$v = \frac{N_d}{A_c f_{cd}} = esfuerzo \ reducido$$

$$\mu = \frac{M_u}{h A_c f_{cd}} = momento \ reducido$$

$$\omega = \frac{A_s f_{yd}}{A_c f_{cd}} = cuantía \ mecánica$$

$$(11)$$

 $A_c = \pi R^2$ 

se obtienen las dos siguientes ecuaciones adimensionales:

$$2 \theta - \sin 2\theta + 4 \omega \theta - 2 \pi (\omega + \nu) = 0$$
 (12)

$$\mu = \frac{\sin^3 \theta}{3\pi} + \left(1 - \frac{d'}{R}\right) \frac{\omega \sin \theta}{\pi} \tag{13}$$

De manera genérica, los elementos de la ecuación (11) se denominan parámetros adimensionales.

### Comentarios a las ecuaciones adimensionales.

En una situación de verificación seccional dada en la que  $\mathbf{v}$  y  $\boldsymbol{\omega}$  son conocidos, la ecuación (12) permite determinar el valor del ángulo  $\theta$ ; inferida su magnitud la ecuación (13) y el parámetro adimensional  $\mu$  de (11) proporcionan el valor buscado de la capacidad última  $M_{"}$  –alternativamente, esta capacidad también puede ser directamente calculada mediante la ecuación (10)-.

La ecuación (12) resulta muy reveladora por cuanto establece que en el dominio adimensional el ángulo  $\boldsymbol{\theta}$  depende única y linealmente de las variables  $\boldsymbol{\nu}$  y  $\boldsymbol{\omega}$ . Sin embargo, esta ecuación adolece de dos problemas técnicos, en primera instancia, su falta de precisión, sobretodo en los límites del extremo derecho de la gráfica  $\mathbf{v}$  versus  $\boldsymbol{\omega}$  y, en segunda instancia, por su naturaleza trascendental no resulta posible obtener una ecuación explícita para  $\boldsymbol{\theta}$ .

El asunto de la falta de precisión induce a calibrarla a partir de un juego de valores numéricos obtenidos mediante el método exacto desplegado sobre el espacio adimensional; el asunto de su naturaleza trascendental conduce bien a resolverla mediante métodos numéricos por aproximaciones sucesivas -Newton-Raphson, etc.- o a incorporar sustituciones que faculten transformar su naturaleza y permitan conseguir una ecuación explícita.

En los próximos acápites se ejecutan las tareas necesarias para lograr esto.

### Primer juego de ecuaciones propuestas

Para obtener una función explícita para  $oldsymbol{ heta}$  en la expresión (12), en el plano  $\theta$ -sin  $2\theta$ , la función  $\sin 2\theta$  se reemplaza por una función a trozos compuesta por cuatro rectas con diferentes pendientes. A su vez, cuando se reintegran estas cuatro rectas en esta expresión en el plano  $oldsymbol{
u}$   $oldsymbol{ heta}$  se consigue una función lineal para  $\boldsymbol{\theta}$  -gráfica 1-. La recta de esta ecuación pasa por los dos puntos característicos  $P_1$  (0,25; $\theta_1$ )  $y P_2 (0,50;\theta_2)$  con

$$\theta_1 = \frac{2\pi (\omega + 0.25) + 0.49}{4\omega + 1.325}$$

$$\theta_2 = \frac{2\pi (\omega + 0.50) + 1.57}{4\omega + 2.675}$$

Con lo que la pendiente m y la ecuación de la recta buscada son:

$$m = \frac{\theta_2 - \theta_1}{0.25}$$

$$\theta = m (\nu - 0.25) + \theta_1$$

Los resultados que se logran con esta expresión tienen una precisión numérica similar a la que se obtiene con la formulación propuesta por Di Laora et al [5]. Sin embargo, ellos no son totalmente compatibles con los correspondientes al método exacto. Esto obliga a reformular la solución a partir de un punto de vista complementario. El procedimiento se describe en el siguiente apartado.

### Segundo juego de ecuaciones propuestas

En la práctica, los valores de los parámetros adimensionales  $\mathbf{v}$  y  $\boldsymbol{\omega}$  varían entre 0 y 2 y entre 0 y 1, respectivamente.

Para estos rangos de valores, la gráfica 1 representa en el espacio  $\mathbf{v} \boldsymbol{\omega} \boldsymbol{\theta}$  la ecuación (12) –en color azul–, y los resultados obtenidos con las simplificaciones introducidas tanto por el primer juego de ecuaciones propuestas -en color amarillo- como por la ecuación del trabajo de Di Laora et al [5] -en color verde-. Su examen da cuenta de que ambas simplificaciones no siguen fidedignamente la ecuación original por lo que sus resultados adolecen de fallas de precisión.

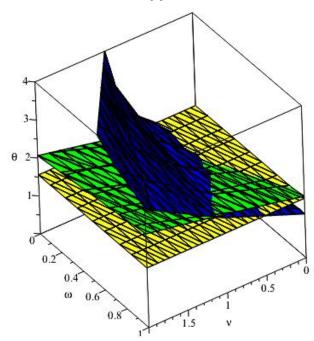
Para solventar este inconveniente se calibra la ecuación (12) con base en 146 registros numéricos relevados en el dominio adimensional  $oldsymbol{
u}$   $oldsymbol{\omega}$  obtenidos con el método exacto [6]. Esta cantidad de

registros es la mínima necesaria para cubrir todo el rango de las variables adimensionales que intervienen. La tabla 2 contiene estos resultados.

La gráfica 2, confeccionada con base en la información de la tabla 2, muestra la variación de los valores  $\mathbf{v} \boldsymbol{\omega} \boldsymbol{\theta}$  calculados con el método exacto [6]. Para todos los valores de  $\pmb{\omega}$  esta gráfica presenta a la izquierda una corta rama ascendente, una cima alrededor del valor v=0,40 y a la derecha una rama descendente prolongada. Este patrón conduce a la necesidad de disponer de dos ecuaciones diferentes, una para cada rama.

La gráfica 2 también muestra el rango típico de valores  $\boldsymbol{\nu}$  y  $\boldsymbol{\theta}$  en zonas sísmicas.

Gráfica 1: Gráfica en el espacio adimensional  $oldsymbol{v} \ oldsymbol{\omega} \ oldsymbol{ heta}$  de la ecuación (12) –en color azul–, del primer juego de ecuaciones propuestas –en color amarillo– y de la ecuación de Di Laora et al [5] -en color verde-.



Fuente: elaboración propia.

En la gráfica 2, se determinan las líneas de tendencia de las trazas del ángulo  $oldsymbol{ heta}$  en función de  $oldsymbol{ heta}$  para valores constantes de  $\omega$ ; a continuación, se ejecuta una interpolación polinómica de manera de obtener los coeficientes para valores de  $\omega$  variables.

Así, la forma polinómica general de las ecuaciones para cada rama es:

$$\theta = a v^2 + b v + c \tag{14}$$

Para la rama izquierda ( $\nu \le 0.40$ ) los coeficientes a, by c son:

$$a = a_{1} \omega^{3} + a_{2} \omega^{2} + a_{3} \omega + a_{4}$$

$$b = b_{1} \omega^{3} + b_{2} \omega^{2} + b_{3} \omega + b_{4}$$

$$c = c_{1} \omega^{3} + c_{2} \omega^{2} + c_{3} \omega + c_{4}$$
(14.a)

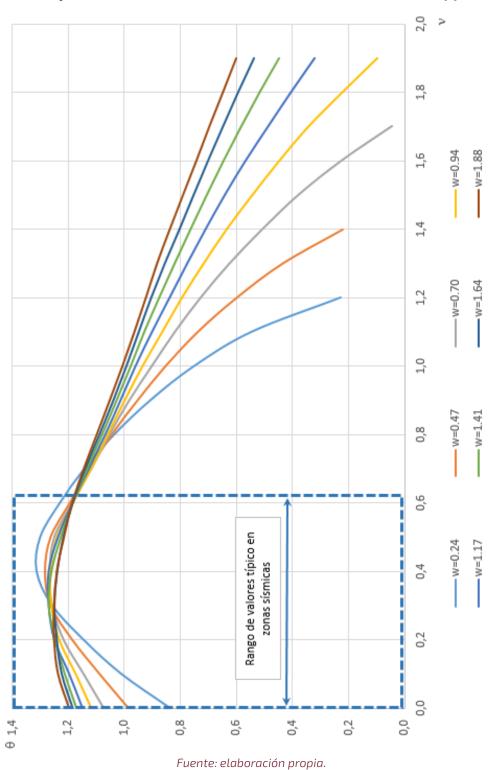
Por otra parte, para la rama derecha ( $\nu > 0.40$ ) los coeficientes a, b y c son:

$$a = a_1 \omega^4 + a_2 \omega^3 + a_3 \omega^2 + a_4 \omega + a_5 b = b_1 \omega^4 + b_2 \omega^3 + b_3 \omega^2 + b_4 \omega + b_5 c = c_1 \omega^4 + c_2 \omega^3 + c_3 \omega^2 + c_4 \omega + c_5$$
 (14.**b**)

Estos coeficientes tienen los siguientes valores numéricos:

Coeficientes rama ascendente (ν ≤0,40)							
Subíndice	а	b	c				
1	1,5296	-1,3083	0,2077				
2	-5,5918	4,955	-0,8489				
3	6,6885	-6,3016	1,192				
4	-3,7182	3,4267	0,5786				

Coeficientes rama ascendente ( $ u$ >0,40)							
Subíndice	а	b	с				
1	-0,3791	0,1982	0,0698				
2	2,4547	-1,7	-0,1417				
3	-6,044	5,1967	-0,4019				
4	6,8057	-6,7798	1,1631				
5	-3,0346	2,8244	0,7186				



Gráfica 2. Valores  $\mathbf{v} \ \boldsymbol{\omega} \ \boldsymbol{\theta}$  adimensionales calculados con el método exacto [6].

Tabla 2: Valores de  $\boldsymbol{\theta}$  según el método exacto [6]

N°	ν	ω	θ	N°	ν	ω	$\theta$		N°	ν	ω	θ
1	0	0,23478	0,8379	51	0,4	0,93913	1,2650		101	1,4	1,40870	0,7637
2	0,1	0,23478	1,0122	52	0,5	0,93913	1,2403		102	1,5	1,40870	0,7059
3	0,2	0,23478	1,1473	53	0,6	0,93913	1,1837		103	1,6	1,40870	0,6460
4	0,3	0,23478	1,2591	54	0,7	0,93913	1,1180	Ì	104	1,7	1,40870	0,5832
5	0,4	0,23478	1,3148	55	0,8	0,93913	1,0585	Ì	105	1,8	1,40870	0,5172
6	0,5	0,23478	1,3018	56	0,9	0,93913	0,9986	Ì	106	1,9	1,40870	0,4477
7	0,6	0,23478	1,2311	57	1,0	0,93913	0,9347	Ì	107	0	1,64348	1,1849
8	0,7	0,23478	1,1436	58	1,1	0,93913	0,8643	Ì	108	0,1	1,64348	1,2242
9	0,8	0,23478	1,0366	59	1,2	0,93913	0,7942	ĺ	109	0,2	1,64348	1,2418
10	0,9	0,23478	0,9074	60	1,3	0,93913	0,7164		110	0,3	1,64348	1,2500
11	1,0	0,23478	0,7509	61	1,4	0,93913	0,6346		111	0,4	1,64348	1,2400
12	1,1	0,23478	0,5452	62	1,5	0,93913	0,5429		112	0,5	1,64348	1,2184
13	1,2	0,23478	0,2275	63	1,6	0,93913	0,4468		113	0,6	1,64348	1,1849
14	0	0,46957	0,9870	64	1,7	0,93913	0,3428		114	0,7	1,64348	1,1401
15	0,1	0,46957	1,0900	65	1,8	0,93913	0,2221		115	0,8	1,64348	1,0887
16	0,2	0,46957	1,1872	66	1,9	0,93913	0,0970		116	0,9	1,64348	1,0392
17	0,3	0,46957	1,2639	67	0	1,17391	1,1498		117	1,0	1,64348	0,9926
18	0,4	0,46957	1,2839	68	0,1	1,17391	1,1970		118	1,1	1,64348	0,9483
19	0,5	0,46957	1,2639	69	0,2	1,17391	1,2497		119	1,2	1,64348	0,9041
20	0,6	0,46957	1,1955	70	0,3	1,17391	1,2700		120	1,3	1,64348	0,8553
21	0,7	0,46957	1,1242	71	0,4	1,17391	1,2700		121	1,4	1,64348	0,8029
22	0,8	0,46957	1,0462	72	0,5	1,17391	1,2364		122	1,5	1,64348	0,7525
23	0,9	0,46957	0,9543	73	0,6	1,17391	1,1852		123	1,6	1,64348	0,7010
24	1,0	0,46957	0,8544	74	0,7	1,17391	1,1264		124	1,7	1,64348	0,6477
25	1,1	0,46957	0,7397	75	0,8	1,17391	1,0679		125	1,8	1,64348	0,5934
26	1,2	0,46957	0,6010	76	0,9	1,17391	1,0136		126	1,9	1,64348	0,5365
27	1,3	0,46957	0,4373	77	1,0	1,17391	0,9603		127	0,0	1,87826	1,1970
28	1,4	0,46957	0,2223	78	1,1	1,17391	0,9014		128	0,1	1,87826	1,2359
29	0	0,70435	1,0747	79	1,2	1,17391	0,8387	ļ	129	0,2	1,87826	1,2500
30	0,1	0,70435	1,1467	80	1,3	1,17391	0,7759		130	0,3	1,87826	1,2500
31	0,2	0,70435	1,2180	81	1,4	1,17391	0,7105		131	0,4	1,87826	1,2400
32	0,3	0,70435	1,2590	82	1,5	1,17391	0,6421		132	0,5	1,87826	1,2145
33	0,4	0,70435	1,2675	83	1,6	1,17391	0,5682		133	0,6	1,87826	1,1856
34	0,5	0,70435	1,2501	84	1,7	1,17391	0,4880		134	0,7	1,87826	1,1442
35	0,6	0,70435	1,1858	85	1,8	1,17391	0,4066		135	8,0	1,87826	1,0979
36	0,7	0,70435	1,1173	86	1,9	1,17391	0,3218		136	0,9	1,87826	1,0521
37	8,0	0,70435	1,0532	87	0,0	1,40870	1,1712		137	1,0	1,87826	1,0068
38	0,9	0,70435	0,9821	88	0,1	1,40870	1,2130		138	1,1	1,87826	0,9644
39	1,0	0,70435	0,9017	89	0,2	1,40870	1,2471		139 140	1,2	1,87826	0,9235
40	1,1	0,70435	0,8191	90	0,3	1,40870	1,2700			1,3	1,87826	0,8839
41	1,2	0,70435	0,7272	91	0,4	1,40870	1,2600		141	1,4	1,87826	0,8386
42	1,3	0,70435	0,6237	92	0,5	1,40870	1,2267	l	142	1,5	1,87826	0,7918

1,4	0,70435	0,5064
1,5	0,70435	0,3779
1,6	0,70435	0,2240
1,7	0,70435	0,0450
0	0,93913	1,1185
0,1	0,93913	1,1739
0,2	0,93913	1,2327
0,3	0,93913	1,2600
	1,5 1,6 1,7 0 0,1 0,2	1,5 0,70435 1,6 0,70435 1,7 0,70435 0 0,93913 0,1 0,93913 0,2 0,93913

93	0,6	1,40870	1,1836
94	0,7	1,40870	1,1326
95	0,8	1,40870	1,0791
96	0,9	1,40870	1,0274
97	1,0	1,40870	0,9772
98	1,1	1,40870	0,9288
99	1,2	1,40870	0,8755
100	1,3	1,40870	0,8204

143	1,6	1,87826	0,7444
144	1,7	1,87826	0,6983
145	1,8	1,87826	0,6502
146	1,9	1,87826	0,6027

Fuente: elaboración propia.

Coeficiente de cansancio del hormigón  $lpha_{\scriptscriptstyle 
m cc}$ 

Los valores que se presentan para los coeficientes a, b y c corresponden a un coeficiente de cansancio  $lpha_{cc}$ =1. Para valores diferentes de este parámetro –por ejemplo  $lpha_{cc}$ =0,85– se debe ingresar con los convenientes valores corregidos para fcd en las ecuaciones (9) a (13). Para información adicional sobre el valor del coeficiente de cansancio que se debe aplicar en un caso concreto se puede consultar [1], [2], [3] y [9].

### 4. RESULTADOS

### Validación de las ecuaciones propuestas.

Para validar los resultados de las ecuaciones obtenidas se investiga una sección de prueba con d = $0.50 \, m$ ,  $d' = 0.05 \, m$ , armada con 12 barras de diverso diámetro de manera de variar la cuantía mecánica desde 0,23478 hasta 1,87826, fck = 25 MPa, fyk = 450 MPa y v variable desde 0 hasta 0,70. En primera instancia, la sección se resuelve con el método exacto -programa Biaxial [6]-, luego, con las ecuaciones propuestas y se calcula el error de sus resultados. El valor de *fck* que se emplea es el mínimo exigido por las normas actuales para el hormigón estructural por razones de durabilidad; en cuanto al de *fyk* si bien no corresponde a un valor para los aceros para hormigón comercialmente disponibles en el medio (420 y 500 MPa) pertenece a uno intermedio entre ellos. (Se debe notar que esta sección es la misma que la empleada en el anterior apartado "Determinación de la influencia de la posición girada de las armaduras").

La tabla 3 contiene los resultados de esta comparación. El error promedio que tienen las expresiones propuestas es de 0,28 % y el error medio absoluto es de 0,68 %. Es decir, la aproximación ofrece un excelente desempeño para la predicción de la capacidad en flexión compuesta que resulta superior a la de otros métodos disponibles en la literatura como el de Cosenza et al [4] y [5]. La parte izquierda de la tabla  $-\boldsymbol{\rho}$  variable desde el 1 hasta 4 %- es consistente con las reglas de detallado para ductilidad local de columnas de hormigón armado en zonas sísmicas; la parte derecha se incluye para extender la comparación de resultados y cubrir un rango aún mayor de valores. Las magnitudes provistas de los errores se calcularon sobre los resultados de ambas partes de la tabla.

Tabla 3: Validación de los resultados del método exacto versus el método propuesto

N°	ρ [%]	ν	Mu exacto [kN.m]	Mu propuesto [kN.m]	Error [%]	N°	ρ [%]	ν	Mu exacto [kN.m]	Mu propuesto [kN.m]	Error [%]
1		0	144	138	-4	33		0	548	576	5
2		0,1	189	188	0	34		0,1	595	599	1
3		0,2	221	223	1	35		0,2	612	612	0
4	1	0,3	243	242	0	36	5	0,3	611	618	1
5	'	0,4	252	250	-1	37		0,4	610	617	1
6		0,5	250	251	0	38		0,5	608	610	0
7		0,6	238	239	1	39		0,6	591	590	0
8		0,7	220	224	2	40		0,7	569	571	0
9		0	264	260	-2	41		0,0	676	669	-1
10		0,1	298	297	0	42		0,1	692	693	0
11		0,2	320	321	0	43		0,2	704	707	0
12	2	0,3	337	334	-1	44	6	0,3	702	712	1
13		0,4	341	340	0	45		0,4	700	710	1
14		0,5	337	339	0	46		0,5	697	701	1
15		0,6	322	323	0	47		0,6	681	680	0
16		0,7	304	308	1	48		0,7	660	661	0
17		0	376	374	0	49		0	772	765	-1
18		0,1	399	402	1	50		0,1	788	787	0
19		0,2	419	419	0	51		0,2	795	800	1
20	3	0,3	429	428	0	52	7	0,3	793	804	1
21	ر	0,4	431	431	0	53	′	0,4	790	801	1
22		0,5	427	427	0	54		0,5	786	791	1
23		0,6	410	410	0	55		0,6	772	770	0
24		0,7	390	394	1	56		0,7	752	751	0
25		0	478	479	0	57		0,0	869	870	0
26		0,1	497	502	1	58		0,1	885	884	0
27		0,2	515	516	0	59		0,2	887	891	0
28	4	0,3	520	523	0	60	- 8	0,3	883	892	1
29	4	0,4	520	523	1	61		0,4	880	887	1
30		0,5	517	518	0	62		0,5	876	876	0
31		0,6	500	499	0	63		0,6	863	861	0
32		0,7	478	482	1	64		0,7	843	841	0

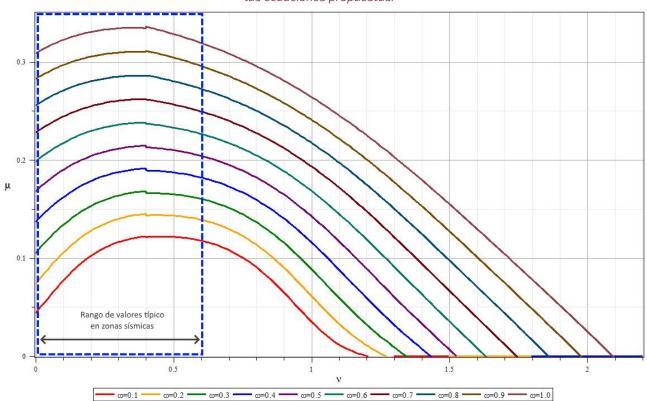
Fuente: elaboración propia.

### Diagramas de interacción adimensionales $\nu \mu$ .

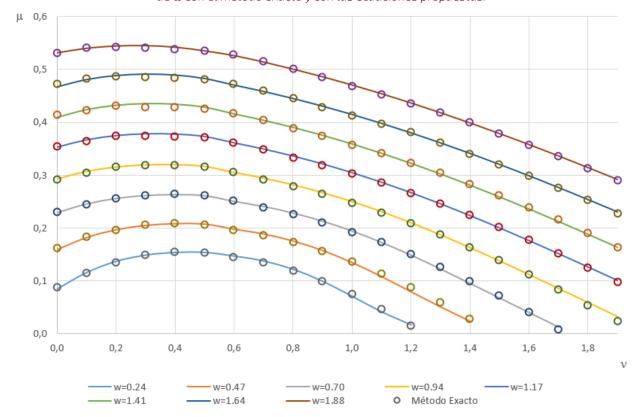
Los diagramas de interacción adimensionales  $\nu \mu$  de la sección de verificación, calculados con las ecuaciones propuestas, se muestran en las gráficas 3 y 4. En estos diagramas se constata que la ecuación para la rama derecha presenta problemas de precisión para bajas cuantías mecánicas de armadura concomitantes con elevados esfuerzos de compresión ( $\omega$ <0,3 y  $\nu$ >1,05). También, es evidente (gráfica 3), para valores constantes de cuantía mecánica, la

pequeña discontinuidad decreciente en el empalme de las ramas izquierda y derecha para cuantías  $\omega$  de 0,2, 0,3, 0,4 y 0,5 y creciente para cuantías  $\boldsymbol{\omega}$  de 0,9 y 1,00. Esto se debe a que el punto de transición común asumido entre ambas ramas en realidad presenta también diferentes magnitudes para las diferentes cuantías mecánicas y no es único para todas ellas como se admitió de forma simplificatoria en el apartado "Segundo juego de ecuaciones propuestas", con un valor de  $\nu$ =0,40, si bien se encuentra en torno a él.

Gráfica 3: Diagrama de interacción  $\mathbf{v} \, \boldsymbol{\mu}$  de la sección de verificación, elaborado con las ecuaciones propuestas.



Fuente: elaboración propia.



Gráfica 4: Diagrama de interacción  $\mathbf{v} \boldsymbol{\mu}$  de la sección de verificación, calculado con los valores originales de  $\omega$  con el método exacto y con las ecuaciones propuestas.

Fuente: elaboración propia.

Finalmente, referir que, para una sección circular de características geométricas y mecánicas dadas, la capacidad en flexión compuesta es máxima para el valor  $\nu$ =0,40, allende esta proporción la capacidad se deteriora y deja de aprovecharse totalmente. En consecuencia, el diseño óptimo de secciones circulares de hormigón armado en flexión compuesta debe realizarse según esta consideración. El diagrama de interacción de la gráfica 3 muestra también el rango de variación típico en zonas sísmicas de las variables adimensionales involucradas.

### 5. CONCLUSIONES

En ingeniería estructural y geotécnica es frecuente el empleo de secciones circulares de hormigón armado debido a su simplicidad de construcción y a su resistencia multidireccional ante solicitaciones horizontales y verticales. A diferencia de las secciones rectangulares, para la verificación de su capacidad en flexión compuesta no existe disponibilidad de ecuaciones directas. En este trabajo se desarrolla un juego de ecuaciones explícitas y directas que permiten abordar esta tarea de manera sencilla y manifiesta, que pueden emplearse de manera rutinaria en la etapa de diseño conceptual o en la de verificación de proyectos elaborados o de estructuras existentes. Las ecuaciones propuestas tienen un error absoluto promedio inferior al 1 % cuando son empleadas dentro del rango de variación típico de las variables en zonas sísmicas.

# 6. BIBLIOGRAFÍA

- AENOR AEN/CTN 140 Eurocódigos Estructurales. Eurocódigo 2. Proyecto de Estructuras de Hormigón. UNE-EN 1992 1-1. Madrid, España: AENOR, 2010.
- fib CEB fip. fib Model Code for Concrete Structures 2010. Lausanne, Switzertland: Ernst & Sohn, 2010.
- Álvaro García Meseguer, Francisco Morán Cabré, Juan Carlos Arroyo Portero. Hormigón Armado. Madrid, España: Gustavo Gili, 2010.
- Edoardo Cosenza, Carmine Galasso, Giuseppe Maddaloni. Simplified Assesment of Bending Moment Capacity for RC Members with Circular Cross Section. Washington, USA: s.n., 2011. 3rd fib International Congress 2010.
- Di Laora, R, y otros. A Simple Method for N M Interaction Diagrams of Circular Reinforced Concrete Cros Section. Bristol, United Kingdom: University of Bristol - Open Access, 2020.

- Ivano Iovinella, Marco di Ludovico, Gian Piero Lignola. Department of Structural Engineering, University of Naples "Federico II", RELUIS. Biaxial freesoftware. [En línea] 25 de enero de 2006. [Citado el: 1ro a 30 de enero a marzo de 2025]. https://www.reluis.it/biaxial/?\_gl=1\*gej7q6\*\_ up\*MQ..\*\_ga\*MTY3MzI0NzE10C4xNzQ3Mjg0Mjc0\*\_ga\_H0JYQGF8JK\*czE3NDcy0DQyNzMkbzEkZzEkdDE3NDcyODQ1MzIkajAkbDAkaDA.
- Bentz, Evan C. Sectional Analysis of Reinforced Concrete Members - Freesoftware Response 2000. Toronto, Canada: University of Toronto, 2000.
- Pisarenko G. S., Yákovlev A. P., Matvéev V. V. Manual de Resistencia de Materiales. Moscú, URSS: Mir, Moscú, 1985.
- Gobierno de España Ministerio de Transportes y Movilidad Sostenible. Código Estructural. Madrid, España: Ministerio de Transportes y Movilidad Sostenible, 2021.



# BIOMIMETISMO EN LA CONSTRUCCIÓN DE SUELOS ARCILLOSOS DE LA CIUDAD DE TARIJA

BIOMIMICRY IN THE CONSTRUCTION OF CLAY SOILS IN THE CITY OF TARIJA

Fecha de recepción: 01/08/2025 | Fecha de aceptación: 01/09/2025

**Autores** 

Hernani Quinteros Aldo Nino<sup>1</sup> Ayarde Ponce Maria Teresa<sup>2</sup>

<sup>1 y 2</sup> Docente de la Carrera de Arquitectura y Urbanismo de la UAJMS

Correspondencia de los autores: aldohernani22@gmail.com¹, mayteayardepo@gmail.com²

Tarija - Bolivia

### RESUMEN

La presente investigación propone una nueva mirada hacia el diseño arquitectónico sostenible mediante la integración de principios biomiméticos y el uso de suelos arcillosos locales en la ciudad de Tarija, Bolivia. A través de un enfoque experimental y multidisciplinario, se busca caracterizar integralmente las propiedades físico-químicas, mecánicas e hidromecánicas de estos suelos y explorar su potencial en la construcción vernácula y contemporánea. Se desarrollarán prototipos constructivos estabilizados e inspirados en ecosistemas locales, considerando técnicas ancestrales.

tecnologías emergentes y estrategias bioclimáticas. El estudio aspira a demostrar que, con una caracterización científica rigurosa y un diseño inspirado en la naturaleza, es posible crear soluciones arquitectónicas más eficientes, resilientes y con menor impacto ambiental, contribuyendo así al desarrollo de una arquitectura sostenible adaptada al contexto territorial y cultural de Tarija.

### **ABSTRACT**

This research presents a novel approach to sustainable architectural design by integrating biomimetic principles and the use of local clay soils in the city of Tarija, Bolivia. Through an experimental and multidisciplinary methodology, the study aims to comprehensively characterize the physical-chemical, mechanical, and hydromechanical properties of these soils, and to explore their potential in both vernacular and contemporary construction. Stabilized building prototypes inspired by local ecosystems will be developed, incorporating ancestral techniques, emerging technologies, and bioclimatic strategies. The study seeks to demonstrate that, through rigorous scientific characterization and nature-inspired design, it is possible to create more efficient, resilient, and environmentally friendly architectural solutions, thereby contributing to the development of sustainable architecture adapted to Tarija's territorial and cultural context.

Palabras Clave: biomimetismo, suelos arcillosos, arquitectura sostenible.

**Keywords:** biomimicry, clay soils, sustainable architecture.

# 1. INTRODUCCIÓN

### 1.1 ANTECEDENTES

La biomimética es un enfoque de diseño que se inspira en la naturaleza para crear soluciones innovadoras y sostenibles. La base de este principio es que la evolución, a lo largo de millones de años, ha desarrollado mecanismos altamente eficientes para enfrentar desafíos actuales como el manejo de energía, agua, materiales y construcción. En la arquitectura, este enfoque busca edificaciones más resistentes al viento, agua y fuego, con sistemas de enfriamiento pasivo que reduzcan el consumo energético, regulen la temperatura interior y aprovechen la luz solar, además de responder mejor a desastres naturales.

### 1.1.1 Suelos Arcillosos

El estudio de los suelos arcillosos resulta esencial para evaluar su potencial como material constructivo sostenible. Su alta plasticidad, cohesión y capacidad de retención de agua los han hecho valiosos en la arquitectura vernácula. Sin embargo, sus propiedades mecánicas dependen de factores como la composición mineralógica, humedad y condiciones de carga, lo que exige ensayos técnicos para su correcta caracterización.

### 1.1.2 Propiedades Físico-Químicas y Mecánicas

El análisis de los suelos arcillosos incluye pruebas granulométricas, límites de Atterberg, estudios mineralógicos (XRD) y ensayos de permeabilidad, necesarios para su clasificación en el Sistema Unificado de Clasificación de Suelos (SUCS).

### 1.1.3 Ensayos de Cohesión y Resistencia

La investigación se apoya en pruebas fundamentales:

 Corte Directo, para determinar cohesión y ángulo de fricción.

- Ensayo Triaxial (UU, CU, CD), que simula condiciones reales de carga y drenaje.
- Resistencia a la Compresión No Confinada (UCS), clave en adobes o bloques estabilizados.
- Ensayo Proctor y CBR, que permiten conocer compactación óptima y capacidad de soporte.

### 1.1.4 Estabilización Comportamiento Hidromecánico

Se evaluarán técnicas tradicionales de estabilización como la adición de cal, cenizas volcánicas o fibras naturales (paja, totora), junto con métodos emergentes como enzimas estabilizantes y nanomateriales. El objetivo es mejorar durabilidad, resistencia a la erosión y control de fisuración y retracción. Estos tratamientos buscan optimizar la gestión del agua y aumentar la vida útil de las estructuras.

### 1.1.5. Proyección hacia la Arquitectura Sostenible

La investigación se sustenta en metodologías experimentales como la "Nueva Metodología para Construir con Tierra Estabilizada" (Barbeta, 2000; Beermann, 2021), que propone soluciones constructivas con mayor resistencia y durabilidad. De este modo, se aporta al desarrollo de una arquitectura sostenible en el siglo XXI.

### 1.1.6 Innovación y Materialidad

La materialidad se concibe como motor de diseño, tomando la naturaleza como modelo. Ejemplo de ello es el trabajo de Neri Oxman sobre el **diseño de** propiedades variables (VPD), que combina fabricación digital, ingeniería de materiales y biología sintética para generar materiales con características adaptativas. Su enfoque pionero abre el camino hacia una simbiosis entre biología, tecnología y arquitectura, donde los edificios pueden integrarse dinámicamente con el entorno.

### 1.2 JUSTIFICACIÓN

### 1.2.1 Justificación científica

El biomimetismo en la construcción con suelos arcillosos parte de la premisa de que la naturaleza, tras millones de años de evolución, ofrece soluciones eficientes y sostenibles. Inspirarse en estos modelos permite diseñar técnicas constructivas más adaptativas, resistentes y energéticamente eficientes. Este enfoque contribuye al avance teórico del biomimetismo y a la revalorización de materiales tradicionales bajo criterios modernos y ecológicos.

### 1.2.2 Justificación metodológica

La investigación integrará análisis teórico y experimentación aplicada en tres niveles: estudio de campo, ensayos de laboratorio y evaluación constructiva. En el campo se recolectarán muestras de suelos arcillosos de distintas zonas de Tarija, las cuales serán caracterizadas mediante pruebas físico-químicas y mecánicas (granulometría, límites de Atterberg, permeabilidad, resistencia y compactación). Con esta información se aplicarán métodos de estabilización tradicionales e innovadores para evaluar mejoras en durabilidad, resistencia a la erosión y desempeño frente a ciclos de humedad.

Paralelamente, se revisarán técnicas constructivas vernáculas y modernas, incorporando estrategias bioclimáticas de acondicionamiento pasivo. Este enfoque integral garantizará resultados confiables, replicables y directamente aplicables en el diseño arquitectónico sostenible, tanto en áreas rurales como urbano-marginales del sur boliviano.

### 1.2.3 Justificación social

La investigación responde a problemáticas sociales vinculadas con vivienda y medio ambiente en Tarija. Al fomentar el uso de suelos arcillosos y técnicas sostenibles, se busca mejorar la calidad de vida, reducir impactos ambientales y promover la salud de los habitantes. También se pretende fortalecer la

resiliencia comunitaria frente a desastres naturales y variaciones climáticas, además de mejorar la eficiencia energética de las viviendas. Un aporte esencial será la educación y sensibilización de la población acerca de los beneficios de rescatar prácticas constructivas tradicionales, reforzando así el valor cultural y patrimonial de la región.

### 1.2.4 Justificación práctica

Este estudio tiene potencial para transformar la práctica constructiva local al validar el uso de suelos arcillosos en edificaciones más sostenibles. económicas y adaptadas al clima de Tarija. Asimismo, brindará lineamientos prácticos que orienten a arquitectos e ingenieros en el diseño de soluciones innovadoras que aprovechen mejor los recursos locales. También permitirá implementar modelos de acondicionamiento pasivo, capaces de reducir costos energéticos y mejorar el confort habitacional de manera accesible y sostenible.

### 1.2.5 Justificación técnica

El proyecto se centrará en demostrar la viabilidad técnica de los suelos arcillosos como materiales constructivos sostenibles. Para ello, se aplicarán ensayos normalizados de caracterización física, química y mecánica (Atterberg, permeabilidad, corte, triaxial, UCS, Proctor, CBR), que permitirán evaluar parámetros críticos como cohesión, fricción, resistencia y capacidad de soporte.

También se estudiarán técnicas de estabilización que combinen saberes tradicionales (uso de cal, fibras vegetales, cenizas volcánicas) con métodos contemporáneos (enzimas, nanomateriales), orientadas a mejorar durabilidad, controlar fisuración y aumentar resistencia. La integración de principios biomiméticos aportará una optimización tanto técnica como ambiental, creando una base sólida para sistemas constructivos sostenibles adaptados al contexto local.

### 1.2.6 Justificación económica

El empleo de suelos arcillosos y técnicas sostenibles representa una alternativa rentable frente a materiales convencionales de alta huella de carbono. Al reducir los costos de producción, transporte y mantenimiento, se generan beneficios económicos directos para las familias y para la construcción en general. Además, la valorización de recursos autóctonos y la promoción de prácticas locales pueden dinamizar la economía regional, fomentar empleo y consolidar una industria de construcción verde en Tarija, alineada con los objetivos de sostenibilidad ambiental y desarrollo económico.

### 1.3 OBJETIVOS DE INVESTIGACIÓN

### 1.3.1. Objetivo general

Desarrollar un enfoque arquitectónico sostenible basado en el biomimetismo y el uso de suelos arcillosos locales, integrando técnicas ancestrales y estrategias bioclimáticas, para generar soluciones constructivas adaptadas a los ecosistemas naturales de la ciudad de Tarija, que mejoren la eficiencia energética, la durabilidad, la habitabilidad y reduzcan el impacto ambiental en respuesta al cambio climático

### 1.3.2. Objetivos específicos

- Caracterizar integralmente los suelos arcillosos representativos de los ecosistemas naturales de Tarija
- Identificar y aplicar principios biomiméticos relevantes al diseño constructivo con suelos arcillosos
- Investigar, documentar y adaptar técnicas ancestrales de construcción con tierra en Tarija.
- Desarrollar, estabilizar y evaluar prototipos constructivos basados en suelos arcillosos y principios biomiméticos.

- Diseñar estrategias arquitectónicas bioclimáticas que optimicen la eficiencia energética mediante el uso de tierra y biomimetismo
- Promover la transferencia de conocimiento sobre construcción sostenible con suelos arcillosos y biomimetismo

### 1.4. PREGUNTAS DE INVESTIGACIÓN

### Caracterización de suelos

Cuáles son las propiedades físico-químicas, mecánicas e hidromecánicas de los suelos arcillosos locales de Tarija y cómo inciden en su potencial como material constructivo sostenible?

### Biomimetismo en diseño arquitectónico

 ¿Qué principios biomiméticos, inspirados en los ecosistemas naturales de Tarija, pueden aplicarse al diseño y construcción con suelos arcillosos?

### Técnicas ancestrales y tecnologías emergentes

¿De qué manera las técnicas constructivas ancestrales con tierra pueden integrarse con métodos de estabilización modernos (cal, fibras, enzimas, nanomateriales) para mejorar la durabilidad y resistencia de los suelos arcillosos?

### **Prototipos constructivos**

 Qué desempeño presentan los prototipos estabilizados con suelos arcillosos, diseñados bajo principios biomiméticos, frente a parámetros de resistencia, durabilidad, comportamiento hídrico y eficiencia energética?

### Estrategias bioclimáticas

 ¿Cómo puede el diseño arquitectónico bioclimático, aplicado a construcciones con tierra, contribuir a mejorar el confort térmico y la eficiencia energética de las viviendas en Tarija?

### Sostenibilidad y resiliencia

¿En qué medida el uso de suelos arcillosos locales y biomimetismo puede reducir el impacto ambiental de la construcción y aumentar la resiliencia de la arquitectura frente al cambio climático?

### Impacto social y cultural

 ¿Cómo puede la revalorización del uso de suelos arcillosos y técnicas tradicionales fortalecer la identidad cultural, la economía local y la aceptación social de la arquitectura sostenible en Tarija?

### 2. MARCO TEORICO

### 2. 1. BIOMIMETISMO

Definición y Concepto: El biomimetismo es una disciplina que busca soluciones innovadoras y sostenibles a partir de la observación y el estudio de los sistemas naturales. La premisa básica es que la naturaleza, a lo largo de millones de años de evolución, ha desarrollado estrategias altamente eficientes para enfrentar desafíos ambientales y estructurales (Barbeta, 2000; Oxman, 2015).

Relevancia en la Construcción: El biomimetismo se aplica en la construcción para crear edificaciones que imiten la eficiencia y sostenibilidad de los sistemas naturales. Esto incluye el diseño de estructuras que responden a condiciones ambientales, optimizan el consumo de energía y minimizan el impacto ecológico (Huerta de Fernando, 2017; Camargo & Pelegrini, 2014).





### 2.2 PRINCIPALES TEORÍAS Y MODELOS

Teoría de la Adaptación Ecológica: Examina cómo las adaptaciones biológicas pueden ser aplicadas para resolver problemas constructivos, como la regulación térmica y el control de humedad en edificios (0xman, 2010).

Diseño Basado en Materiales Naturales: Analiza cómo los materiales naturales pueden ser utilizados para crear soluciones arquitectónicas más sostenibles y eficientes (Calderón, Rosell, & Avellaneda, 2018).

### 2.3 SUELOS ARCILLOSOS

Propiedades y Usos: Los suelos arcillosos tienen una alta capacidad de retención de agua y nutrientes, lo que los convierte en materiales constructivos con propiedades beneficiosas como la cohesión y la resistencia. Estos suelos se utilizan tradicionalmente en la construcción de adobe, bahareque y tapia, que son métodos constructivos sostenibles y de bajo impacto ambiental (Gómez & Salcedo, s.f.).

### 2.4 DESAFÍOS Y OPORTUNIDADES

Problemas de Asentamiento y Drenaje: Los suelos arcillosos pueden presentar problemas de asentamiento y acumulación de agua si no se manejan adecuadamente (López-Lara et al., 2010).

Estabilización y Tratamiento: Existen métodos para estabilizar suelos arcillosos, como la mezcla con otros materiales o la aplicación de técnicas de tratamiento que mejoran su desempeño estructural y ambiental (Beermann, 2021).

### 2.5. INNOVACIONES Y TECNOLOGÍAS EMERGENTES

Tecnologías de Fabricación Digital: El avance en tecnologías de fabricación digital permite la creación de materiales y estructuras que imitan a los sistemas naturales en términos de adaptabilidad y eficiencia (Oxman, 2015).

### 3. VARIABLES

### 3. 1. VARIABLES INDEPENDIENTES

1. Principios Biomiméticos Aplicados: Estrategias y técnicas inspiradas en procesos naturales para diseñar soluciones constructivas.

Ejemplos: Uso de técnicas de enfriamiento pasivo, materiales bioinspirados, sistemas de drenaje basados en estructuras naturales.

2. Características del Suelo Arcilloso: Propiedades específicas del suelo arcilloso en Tarija que se pueden utilizar en construcción.

Ejemplos: Capacidad de retención de agua, cohesión, resistencia, facilidad de modelado, capacidad de aislamiento térmico.

3. Tecnologías de Construcción: Métodos y herramientas que se emplean en el diseño y la edificación.

Ejemplos: Técnicas de estabilización de tierra, tecnologías de construcción sostenible, tecnologías de fabricación digital.

4. Materiales de Construcción Alternativos: Materiales que se consideran ecológicos y sostenibles en lugar de los convencionales.

Ejemplos: Adobe, bahareque, tapial, materiales reciclados, biomateriales.

### 3.2. VARIABLES DEPENDIENTES

Estas son las variables que se observarán para medir los efectos de las variables independientes:

- 1. Eficiencia Energética: La cantidad de energía necesaria para mantener condiciones óptimas dentro del edificio.
- Indicadores: Consumo energético de calefacción y refrigeración, ahorro energético comparado con materiales convencionales.
- 2. Impacto Ambiental: Efectos de los materiales y métodos constructivos en el medio ambiente.
- Indicadores: Emisiones de CO2, huella ecológica de los materiales, impacto en el ciclo de vida del edificio.
- 3. Durabilidad y Resistencia de las Estructuras:: La capacidad de las estructuras construidas con suelos arcillosos para resistir el desgaste y las condiciones climáticas.
- Indicadores: Vida útil de la estructura, resistencia a la humedad y al fuego, estabilidad estructural.

- 4. Adaptación al Entorno Local: Cómo los diseños y materiales se ajustan a las condiciones climáticas y geográficas de Tarija.
- Indicadores: Comodidad térmica interior, eficacia de los sistemas de drenaje, compatibilidad con el clima local.

### 3.3. VARIABLES CONTROLADAS

Estas son las variables que se mantendrán constantes para garantizar que cualquier cambio observado en las variables dependientes se debe a las variables independientes:

1. Condiciones Climáticas: Factores meteorológicos que pueden influir en el desempeño de los materiales y técnicas.

**Ejemplos:** Temperatura, humedad, precipitaciones.

2. Diseño Arquitectónico: Definición: Parámetros básicos de diseño que se mantendrán iguales en las comparaciones.

Ejemplos: Dimensiones de los edificios, uso de espacios, orientaciones.

3. Métodos de Construcción: Procedimientos estándar seguidos en la construcción para asegurar consistencia.

Ejemplos: Técnicas de mezcla y aplicación de suelos, procesos de estabilización.

### 4. RESULTADOS

# 4.1 IDENTIFICACIÓN Y ANÁLISIS DE PROPIEDADES **DE SUELOS ARCILLOSOS**

- Características Físico-Químicas: Documentar y clasificar las propiedades específico de los suelos arcillosos en Tarija, incluyendo su capacidad de retención de agua, cohesión y resistencia.
- Variabilidad Regional: Determinar cómo estas propiedades varían en diferentes subregiones de Tarija y su impacto en el diseño estructural.

# 4.2 DESARROLLO DE TÉCNICAS CONSTRUCTIVAS SOSTENIBLES

- Métodos Tradicionales y Modernos: Evaluar la efectividad de las técnicas constructivas tradicionales (como adobe, bahareque, tapia) en términos de durabilidad y eficiencia energética en comparación con materiales convencionales.
- Integración de Innovaciones: Proponer innovaciones tecnológicas que se puedan integrar con métodos tradicionales para mejorar su rendimiento constructivo y sostenibilidad.

### 4.3 BIOMIMETISMO Y DISEÑO SOSTENIBLE

- Inspiración en Ecosistemas Locales: Identificar ejemplos de soluciones naturales en ecosistemas locales que puedan ser adaptadas al diseño y construcción, generando estrategias que imiten estos procesos.
- Eficiencia Energética: Desarrollar sistemas de acondicionamiento pasivo que utilicen los principios del biomimetismo, contribuyendo a la reducción del consumo energético en edificaciones.

# 4.4 IMPACTO AMBIENTAL Y REDUCCIÓN DE LA HUE-**LLA DE CARBONO**

- Comparación de Emisiones de CO2: Evaluar cómo el uso de suelos arcillosos contribuye a la reducción de la huella de carbono en comparación con materiales de construcción convencionales.
- Beneficios Ambientales: Identificar beneficios ambientales específicos derivados de la utilización de suelos arcillosos en la construcción, como la mejora en la calidad del aire y la reducción del consumo de recursos.

### 4.5 IMPLEMENTACIÓN DE ECONOMÍA CIRCULAR

- Cierre de Ciclos de Materiales: Proponer prácticas constructivas que fomenten la economía circular, resaltando cómo el uso de suelos arcillosos puede minimizar el desperdicio y promover la reutilización de materiales.
- Modelos de Evaluación de Impacto: Desarrollar modelos para evaluar el impacto ambiental de las construcciones realizadas con suelos arcillosos, enfocándose en su sostenibilidad.

# 4.6 ADAPTACIÓN CULTURAL Y SENSIBILIZACIÓN **COMUNITARIA**

- Tradiciones Culturales: Evaluar cómo las tradiciones culturales locales influyen en la aceptación y adaptación de técnicas de construcción basadas en biomimetismo y suelos arcillosos.
- Estrategias de Educación: Proponer estrategias para educar y sensibilizar a la comunidad sobre los beneficios del uso de suelos arcillosos en la construcción sostenible, promoviendo un cambio hacia prácticas constructivas más responsables

# 5. METODOLOGÍA

### 5.1 MÉTODO DE INVESTIGACIÓN

### 5.1.1 Enfoque de la Investigación

La investigación se llevará a cabo bajo un enfoque mixto que combina métodos cualitativos y cuantitativos. Esto permitirá una comprensión más profunda de las propiedades de los suelos arcillosos y su aplicación en técnicas constructivas inspiradas en el biomimetismo.

### 5.1.2 Diseño de la Investigación

Se utilizará un diseño descriptivo y experimental:

Descriptivo: Para caracterizar los suelos arcillosos en Tarija, se realizarán estudios de campo y análisis de laboratorio.

Experimental: Se desarrollarán prototipos de materiales y sistemas constructivos, que serán evaluados en términos de durabilidad, eficiencia energética y sostenibilidad.

### 5.1.3 Población y Muestra

La población de la investigación incluirá los suelos arcillosos de diversas subregiones de Tarija. La muestra se seleccionará mediante un muestreo por conveniencia, eligiendo puntos representativos que reflejen la variabilidad geológica y climática de la región.

### 5.1.4 Técnicas de Recolección de Datos

### 1. Estudios de Campo:

- Muestreo de Suelos: Se llevarán a cabo muestreos sistemáticos de suelos arcillosos en diferentes subregiones de Tarija para analizar sus propiedades físico-químicas.
- Entrevistas: Se realizarán entrevistas con expertos locales, constructores y artesanos sobre técnicas tradicionales y modernas.

### 2. Análisis de Laboratorio:

Se utilizarán pruebas para evaluar la cohesión, retención de agua, resistencia, y otras propiedades relevantes de los suelos muestreados.

### 3. Desarrollo de Prototipos:

Se diseñarán y construirán prototipos utilizando técnicas constructivas tradicionales adaptadas a principios biomiméticos.

### 4. Evaluación de Prototipos:

Se llevarán a cabo pruebas de rendimiento y durabilidad en laboratorio y en campo, evaluando la eficiencia energética y la sostenibilidad de los prototipos.

### 5.1.5 Análisis de Datos

- Los datos cuantitativos se analizarán utilizando métodos estadísticos para identificar relaciones y tendencias significativas entre las propiedades del suelo, las técnicas de construcción y el desempeño de los prototipos.
- Los datos cualitativos obtenidos de entrevistas se analizarán mediante un análisis temático para identificar patrones y perspectivas sobre la construcción con suelos arcillosos.

### 5.1.6 Validación de Resultados

- Se realizarán pruebas piloto en condiciones controladas, seguido de análisis comparativos con técnicas y materiales convencionales.
- La retroalimentación de expertos y comunidades locales será fundamental en la interpretación y aplicación de los resultados.

# 6. TÉCNICAS E INSTRUMENTOS DE RECOLECCIÓN DE DATOS

### 1. Recolección de Datos sobre Suelos:

### a) Selección y Muestreo de Suelos Arcillosos

Ubicación: Ecosistemas naturales de Tarija (mínimo 3 zonas representativas, por ejemplo: San Andrés, El Portillo, Tolomosa).

- Cantidad de muestras: 3 muestras por zona, total = 9 muestras.
- Criterios: Color, textura, vegetación, topografía, uso del suelo, accesibilidad.
- a) Ensayos de Caracterización Física y Mecánica de Suelos

### Ensayos físicos:

Ensayo	Norma	Muestras	Objetivo
Análisis granulométrico	ASTM D422	9	Clasificar el tipo de suelo (limoso, arcilloso, arenoso)
Límites de Atterberg (LL, LP, IP)	ASTM D4318	9	Evaluar plasticidad y comportamiento en estado húmedo
Densidad aparente y real	ASTM D698	9	Estimar resistencia y comportamiento mecánico
Humedad natural	ASTM D2216	9	Estimar comportamiento en sitio

### Ensayos mecánicos:

Ensayo	Norma	Muestras	Objetivo
Compresión simple	ASTM D2166	9	Medir resistencia mecánica sin confinamiento
Ensayo Proctor (modificado)	ASTM D1557	9	Determinar óptima humedad y densidad de compactación
CBR (índice de soporte California)	ASTM D1883	9	Evaluar resistencia al corte bajo carga

b) Ensayos de Estabilización y Prototipos

Cantidad de prototipos por mezcla: mínimo 3 unidades por tipo = 15 prototipos

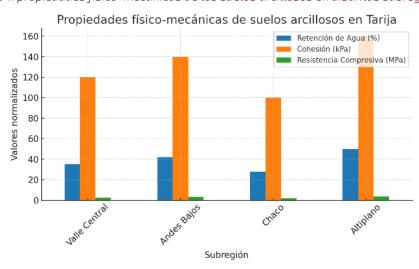
Se realizarán ensayos con mezclas estabilizadas (biomiméticas y tradicionales):

### Ensayos en prototipos:

Ensayo	Norma	Prototipos	Objetivo
Compresión axial (adobe/tapia)	ASTM C39 / UNE 41410	15	Evaluar resistencia estructural
Absorción de agua / capilaridad	ASTM C140	15	Medir durabilidad e hidratación
Prueba de erosión superficial	Ensayo Casagrande modificado	15	Verificar resistencia a lluvia o humedad
Conductividad térmica	ISO 8301	5 seleccionados	Evaluar aislamiento térmico
Ensayo de enfriamiento pasivo (medición in situ)	-	3 prototipos completos	Validar acondicionamiento térmico natural

- c) Validación Biomimética y Diseño Arquitectónico
- d) Herramientas de Evaluación Complementarias
- 2. Recolección de Datos sobre Técnicas Constructivas:
- 3. Desarrollo y Prueba de Prototipos:
- 4. Revisión Documental:
- 5. Evaluación de Impacto Ambiental y Social:

Tabla y gráfico 1: propiedades físico-mecánicas de los suelos arcillosos en distintas subregiones de Tarija



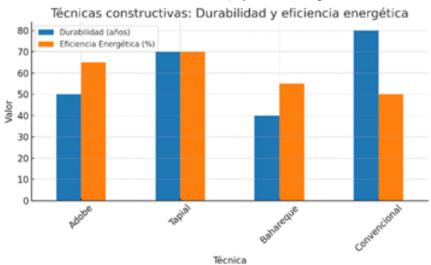
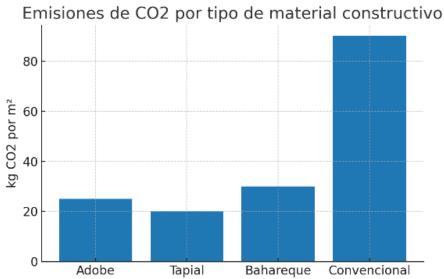


Tabla y gráfico 2: comparación de técnicas constructivas (tradicionales vs. convencionales) en términos de durabilidad y eficiencia energética.

Tabla y gráfico 3: emisiones de  $CO_2$  de diferentes materiales constructivos.



Estos resultados se usaran utilizados para hacer una discusión de la investigación desarrollada como:

- Mostrar cómo la variabilidad regional de los suelos influye en la elección de técnicas constructivas.
- Resaltar que las técnicas tradicionales con innovaciones biomiméticas pueden superar en eficiencia a las convencionales.
- Evidenciar la reducción significativa de emisiones y la contribución a la sostenibilidad mediante el uso de tierra.

### 7. RESULTADOS ESPERADOS

# 7.1 IDENTIFICACIÓN Y ANÁLISIS DE PROPIEDADES **DE SUELOS ARCILLOSOS**

- Se espera obtener una caracterización integral de los suelos arcillosos de la ciudad de Tarija, identificando sus propiedades físico-químicas, mecánicas e hidromecánicas.
- Se prevé clasificar los suelos según el Sistema Unificado de Clasificación de Suelos (SUCS) y evidenciar su variabilidad regional, estableciendo su potencial de uso como material constructivo sostenible.

# 7.2 DESARROLLO DE TÉCNICAS CONSTRUCTIVAS SOSTENIBLES

- Se anticipa que los ensayos de estabilización (con cal, fibras naturales, cenizas, enzimas y nanomateriales) demostrarán una mejora en la durabilidad, resistencia y comportamiento hídrico de los suelos arcillosos.
- Se espera validar la pertinencia de técnicas tradicionales (adobe, bahareque, tapia) y su integración con métodos modernos para generar sistemas constructivos híbridos, eficientes y replicables.

### 7.3 BIOMIMETISMO Y DISEÑO SOSTENIBLE

- Se proyecta identificar principios biomiméticos inspirados en ecosistemas locales (termitas, cuevas, sistemas de raíces y hojas) y traducirlos en estrategias arquitectónicas aplicables.
- Se espera que los prototipos incorporen estrategias bioclimáticas pasivas, logrando mejoras en el confort térmico interior y en la eficiencia energética de las edificaciones.

# 7.4 IMPACTO AMBIENTAL Y REDUCCIÓN DE LA HUE-**LLA DE CARBONO**

- Se prevé demostrar que el uso de suelos arcillosos estabilizados reduce significativamente las emisiones de CO<sub>2</sub> frente a materiales convencionales como el cemento y el acero.
- Se espera evidenciar beneficios ambientales directos, como la optimización de recursos locales, la reducción de desechos y el menor consumo energético en el ciclo de vida de la construcción.

### 7.5 IMPLEMENTACIÓN DE ECONOMÍA CIRCULAR

- Se espera diseñar prácticas constructivas basadas en el cierre de ciclos de materiales, fomentando la reutilización de residuos y subproductos locales.
- Se provecta desarrollar modelos de evaluación ambiental aplicados a la construcción con tierra, que permitan medir su aporte a la sostenibilidad y resiliencia urbana y rural.

# 7.6 ADAPTACIÓN CULTURAL Y SENSIBILIZACIÓN **COMUNITARIA**

- Se anticipa que la investigación contribuirá a la revalorización de técnicas ancestrales en la arquitectura con tierra, fortaleciendo la identidad cultural de Tarija.
- Se espera generar procesos de capacitación y transferencia de conocimiento hacia comunidades, estudiantes y profesionales, promoviendo la aceptación social de la construcción sostenible con tierra y biomimetismo.

# 8. BIBLIOGRAFÍA

- Lemkalli, B., et al. (2023). An innovative clay metaBrick-based motif to enhance thermal and acoustic insulation. arXiv preprint.
- Investigación sobre ladrillos de arcilla metafísicos (metamaterials) con mejoras térmicas y acústicas, aplicable a tu tema sobre suelos arcillosos y estrategias constructivas innovadoras
- Propiedades geotécnicas de laterita y su ´comportamiento como sustituto del agregado grueso en mezclas de concreto Helberth I. Gomez Ni ´no~1\*, Hernando Salcedo Caldas1 REVISTA ORI-NOQUIA Ciencia y Sociedad
- https://oa.upm.es/40541/
- Barbeta, G. (2000). Mejora de la Tierra Estabilizada en el Desarrollo de una Arquitectura Sostenible hacia el Siglo XXI. Tesis Doctoral.
- Beermann, K. (2021). INSPECCIÓN AL CICLO DE VIDA DE PROYECTOS DE CONSTRUCCIÓN SOS-TENIBLE: HACIA UNA HOJA DE RUTA BASADA EN BIOMIMETISMO Y ECONOMÍA CIRCULAR. Congreso Nacional de Ciencia y Tecnología - APANAC. https://doi.org/10.33412/apanac.2021.3220
- Mecánica de suelos. Autor: Eulalio Juárez Badillo. Alfonso Rico Rodríguez. Editorial: Limusa. Año: 1977. País: México.

- Calderón, J., Rosell, J., & Avellaneda, J. (2018). Materiales de arcilla geo-polimerizada: Tecnologías para la arquitectura del futuro. Upcommons, 4 ed.
- Calderón-Peñafiel, J. C. (2021). LA "TIERRA": UN MATERIAL COMPUESTO. DISEÑO ARTE Y ARQUI-TECTURA, 10. https://doi.org/10.33324/daya. v1i10.383
- Doordan, D. (2021). Neri oxman: Material ecology. In Design Issues (Vol. 37, Issue 1). https://doi. org/10.1162/desi\_r\_00626
- Huerta de Fernando, L. (2017). Técnicas biomiméticas aplicadas a la arquitectura. Etsam Escuela Técnica Superior de Arquitectura de Madrid.
- Olivares, J. L. (2023). Biomimetismo: innovación inspirada en la naturaleza. INECOL Instituto de Ecología.
- Oxman, N. (2010). Structuring Materiality: Design fabrication of heterogeneous materials. Architectural Design, 80(4). https://doi.org/10.1002/ ad.1110
- Oxman, N. (2015). Templating design for biology and biology for design. Architectural Design, 85(5). https://doi.org/10.1002/ad.1961
- ECONOMETRIA: 9786071502940: GUAJARATI DA-MOD Editorial. McGraw-Hill Interamericana de España S.L.; Fecha de publicación. 21 Enero 2010



# DESARROLLO DE UNA PLATAFORMA INTERACTIVA PARA LA EVALUACIÓN DE CONOCIMIENTOS PREVIOS DE ÁLGEBRA UTILIZANDO MODELOS DE LENGUAJE GRANDES (LLMS)

DEVELOPMENT OF AN INTERACTIVE PLATFORM FOR THE ASSESSMENT OF PRIOR ALGEBRA KNOWLEDGE USING LARGE LANGUAGE MODELS (LLMS)

Fecha de recepción: 01/08/2025 | Fecha de aceptación: 01/09/2025

**Autor** 

Rodríguez Lezana Nelzon<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Ingeniero Civil. Master en Manejo de Cuencas y Recursos Hídricos - UAJMS Carrera de Ingeniería Civil

Correspondencia del autor: nelrodril@gmail.com¹

Tarija - Bolivia

### RESUMEN

La transición desde la educación secundaria hacia el nivel universitario presenta grandes desafíos, particu-larmente en el área de matemáticas. Uno de los aspec-tos es la falta de dominio del álgebra elemental siendo una dificultad muy recurrente. El presente estudio examina la factibilidad de diseñar un Sistema de Tuto-ría Inteligente (ITS, por sus siglas en inglés) orientado a evaluar conocimientos previos y fortalecer el apren-dizaje en contenidos con alta incidencia de error. Ya que el álgebra abarca muchos temas, aquí se abordará como caso ejemplar, el tema de la factorización por diferencia de cuadrados. La propuesta incorpora un banco de preguntas en formato JSON y un Modelo de Lenguaje Grande (LLM) con capacidad para generar retroalimentación personalizada. Se detalla la metodo-logía técnica para la implementación local del LLM y se discute su aplicabilidad como mediador pedagógi-co. El sistema fue desarrollado empleando Visual Studio Code, LM Studio y Python. Los resultados obtenidos evidencian mejoras en la detección de errores y en la calidad de la retroalimentación ofrecida, respaldando así el potencial de los LLM en el diseño de tutorías adaptativas automatizadas.

### **ABSTRACT**

The transition from secondary education to the univer-sity level presents significant challenges, particularly in the area of mathematics. One key issue is the lack of mastery of elementary algebra, which is a very com-mon difficulty. This study examines the feasibility of designing an Intelligent Tutoring System (ITS) aimed at assessing prior knowledge and strengthening learning in topics with a high incidence of errors. Since algebra encompasses many subjects, this work focuses on the topic of factoring by difference of squares as a case study. The proposed system incorporates a question bank in JSON format and a Large Language Model (LLM) capable of generating personalized feedback. The technical methodology for local implementation of the LLM is detailed, and its applicability as a pedagog-ical mediator is discussed. The system was developed using Visual Studio Code, LM Studio, and Python. The results obtained show improvements in error detection and in the quality of the feedback provided, thus sup-porting the potential of LLMs in the design of auto-mated adaptive tutoring systems.

Palabras Clave: Tutoría inteligente, modelos de lenguaje, álgebra, evaluación diagnóstica, IA educativa.

Keywords: Intelligent tutoring; language models; algebra; diagnostic assessment; educational AI.

# 1. INTRODUCCIÓN

La enseñanza superior, especialmente en disciplinas STEM (Science, Technology, Engineering and Mathematics), exige bases sólidas en matemáticas básicas. Una insuficiente preparación en conocimientos previos, como álgebra, representa un obstáculo para abordar contenidos de materias avanzadas como Cálculo, Física y Álgebra lineal (Mahadewsing, Getrouw, & Calor, 2024). Diversos estudios han señalado que el nivel de dominio del álgebra elemental influye directamente en el desempeño en cursos superiores de matemáticas, dado que los conceptos estudiados requieren una comprensión firme de las operaciones algebraicas fundamentales.

Con frecuencia se presume que los estudiantes han aprovechado por completo los cursos preuniversitarios o que el examen de ingreso basta para subsanar la brecha existente, y que, en consecuencia, están listos para afrontar las asignaturas de nivel superior. Sin embargo, esto no siempre ocurre; por ello, la detección temprana de lagunas conceptuales resulta esencial para diseñar intervenciones oportunas e implementar estrategias pedagógicas que prevengan el rezago académico. (Rach & Ufer, 2020).

Los Sistemas de Tutoría Inteligente (ITS, por sus siglas en inglés) han mostrado ser eficaces para personalizar el aprendizaje mediante ejercicios interactivos y retroalimentación específica (Niño, Lancheros, Jiménez, Mestre & Gómez, 2024). Estos sistemas son programas informáticos capaces de adaptar la instrucción a las necesidades individuales de los estudiantes (Paladines & Ramírez, 2020), ofreciendo un entorno de aprendizaje uno a uno simulado. Las plataformas ITS pueden identificar las fortalezas y debilidades de cada alumno y proporcionar material adicional, pistas o correcciones en función de su desempeño. Esto permite atender las deficiencias de forma inmediata, reforzando conceptos antes de que se vuelvan obstáculos mayores en el progreso educativo.

La reciente evolución de los Modelos de Lenguaje Grandes (LLMs) abre nuevas posibilidades para potenciar estas plataformas, gracias a su capacidad de comprensión semántica y generación de texto contextualizado (Adel, Ahsan & Davison, 2024). Modelos como GPT-4 han demostrado un rendimiento sin precedentes en una amplia gama de tareas de lenguaje natural, lo que ha generado gran interés en explorarlos dentro de entornos educativos. Incorporar LLMs en tutorías inteligentes podría superar limitaciones de los sistemas tradicionales al interpretar respuestas variadas de estudiantes y generar explicaciones dinámicas adaptadas a cada situación.

Este artículo propone el desarrollo de una plataforma interactiva con LLMs para diagnosticar conocimientos algebraicos previos y generar retroalimentación adaptativa, tomando como caso de estudio la factorización por diferencia de cuadrados. La investigación evalúa cómo esta integración innovadora optimiza tres dimensiones clave en ITSs: (1) precisión en la detección de brechas de aprendizaje, (2) nivel de personalización de la retroalimentación, y (3) contextualización pedagógica, en contraste con sistemas tutoriales tradicionales basados exclusivamente en reglas predefinidas.

# 2. FUNDAMENTO TEÓRICO

Los ITS tradicionales funcionan típicamente con árboles de decisión o conjuntos de reglas preprogramadas para guiar la interacción tutor estudiante. Aunque han logrado mejorar el aprendizaje en diversas áreas, presentan limitaciones cuando las respuestas no se ajustan a los patrones previstos por el sistema (Paladines & Ramírez, 2020). La mayoría de tutores inteligentes en dominios STEM implementan enfoques basados en "expectativas y concepciones erróneas" conocidas: es decir, anticipan errores comunes y brindan una retroalimentación específica para esos casos. Este enfoque estructurado facilita el apoyo en problemas estándar, pero si un estudiante proporciona una respues-ta inesperada o poco común, el tutor puede no inter-pretar correctamente su razonamiento ni generar una ayuda adecuada. En el contexto del álgebra, por ejemplo, un ITS tradicional podría detectar errores típicos en factorización (como confundir suma de cuadrados con diferencia de cuadrados), pero tendría dificultades con un enfoque de solución no previsto en su base de reglas.

Los Modelos de Lenguaje Grandes, por su parte, ofrecen una flexibilidad mucho mayor en la comprensión y generación de lenguaje natural. Estos modelos (ejemplificados por Chatgpt, LLaMA, Deep-Seek, entre otros) están entrenados con billones de caracteres provenientes de textos diversos, lo que les permite interpretar una amplia variedad de entradas del estudiante y producir salidas coherentes y contextualmente relevantes (Wang & Fan, 2025). A diferencia de un sistema rígido, un LLM puede analizar una respuesta libre del estudiante, aunque esté formulada de manera poco convencional, y comparar su esencia con el concepto matemático esperado. Por ejemplo, si un estudiante describe con sus palabras el proceso de factorizar una diferencia de cuadrados, pero comete un desliz algebraico menor, el modelo de lenguaje aún podría reconocer su intención y proporcionarle una corrección o sugerencia alineada a su razonamiento.

Estudios recientes han comenzado a explorar el uso de LLMs en entornos educativos, evidenciando resultados prometedores. Modelos avanzados como GPT-4 han sido utilizados para generar retroalimentación en tareas de escritura y resolver problemas paso a paso en matemáticas, mostrando capacidad para guiar al estudiante mediante explicaciones detalladas similares a las de un tutor humano. Del mismo modo, hay experiencias donde LLMs asisten en la enseñanza de programación, respondiendo preguntas de estudiantes y corrigiendo código con explicaciones de los errores, lo que sugiere su aplicabilidad más allá de un solo dominio académico. Kasneci et al. (2023) discuten tanto el potencial como los desafíos de emplear ChatGPT como tutor en educación (Steinert, Avila, Ruzika, Kuhn & Kuchermann, 2024), subrayando que, si bien estos modelos pueden adaptarse en tiempo real a las necesidades del alumno, es necesario atender problemas de control de calidad de las respuestas y sesgos intrínsecos. En síntesis, la integración de LLMs en sistemas tutor inteligentes promete **mayor** flexibilidad y adaptación en tiempo real, acercando la experiencia a una tutoría humana, pero plantea la necesidad de fundamentar su uso en teorías pedagógicas sólidas y de establecer mecanismos para evitar respuestas erróneas o inapropiadas.

Por otra parte, la literatura educativa destaca la importancia de la retroalimentación formativa en el aprendizaje. Hattie y Timperley (2007) señalaron que una buena retroalimentación puede tener un efecto sustancial en el progreso del estudiante. En años más recientes, Wisniewski et al. (2020) realizaron un metaanálisis que confirma que la retroalimentación inmediata y específica mejora el rendimiento académico, especialmente cuando se enfoca en los procesos de la tarea más que en la persona. Los LLMs, con su habilidad para generar explicaciones y recomendaciones detalladas, ofrecen una vía para proporcionar este tipo de retroalimentación de manera escalable. Plataformas digitales han comenzado a incorporar sistemas automatizados de feedback para simular la labor de un tutor humano. Por ejemplo, Hemachandran et al. (2022) describen una herramienta de IA como tutor virtual en educación superior, y Jeon y Lee (2023) argumentan que modelos como ChatGPT pueden complementar a los docentes al encargarse de responder consultas frecuentes, permitiendo que el profesor se enfoque en aspectos más complejos.

En el área de matemáticas, los ITS han tenido un crecimiento importante en la última década, con numerosas implementaciones en educación secundaria y uni-versitaria. Niño-Rojas et al. (2024) presentan una revisión sistemática donde concluyen que los ITS en educación matemática ofrecen escenarios adaptativos y personalizados que facilitan la comprensión de conceptos y el desarrollo de habilidades, al identificar de forma temprana las dificultades de los estudiantes y ajustar la instrucción en consecuencia. Tecnologías de IA educativa han mostrado beneficios como identificar deficiencias individuales, recomendar actividades de refuerzo y optimizar las rutas de aprendizaje según las necesidades del estudiante. Este panorama sugiere que la combinación de ITS con LLMs podría potenciar aún más dichos beneficios: un ITS provee la estructura pedagógica (currículo, secuencia de ejercicios, criterios de evaluación), mientras que un LLM aporta la inteligencia contextual para analizar las respuestas abiertas de los alumnos y ofrecer retroalimentación inmediata y rica en matices.

# 3. MATERIALES Y MÉTODOS

Para el desarrollo de la plataforma propuesta se siguió un enfoque incremental, abordando inicialmente la construcción de los componentes básicos (banco de preguntas y evaluador) para luego integrar el modelo de lenguaje. La metodología se divide en tres componentes: (1) diseño del banco de preguntas, (2) integración del LLM mediante LM Studio y (3) desarrollo del script principal en Python para que todos los componentes trabajen juntos.

Diseño del Banco de Preguntas: Se construyó un archivo en formato JSON para almacenar las preguntas de álgebra de forma estructurada. Cada entrada del banco de preguntas es un objeto JSON con la siguiente estructura simplificada:

```
"pregunta": "Factoriza la expresión 9y² - 25",
 "respuesta": (3y - 5)(3y + 5)"
},
```

En el campo enunciado se plantea el ejercicio de factorización por diferencia de cuadrados, y en respuesta correcta se almacena la solución esperada. Este formato de clave-valor consistente permite ampliar el banco fácilmente agregando nuevos objetos para más preguntas. El archivo JSON resultante actúa como base de conocimientos estática que el sistema utilizará para extraer las preguntas durante la evaluación. Para la elaboración de las preguntas se siguieron los siguientes criterios: Categorización según niveles (básico, intermedio y avanzado) y Variación estructural (coeficientes simples, fraccionarios, decimales, múltiples variables).

Se procuró incluir una variedad de ítems que abarquen distintos casos de factorización de diferencias de cuadrados (ejemplos simples, expresiones con coeficientes, orden de términos invertido, etc.) para diagnosticar a profundidad el nivel de dominio de este tema.

Integración del LLM: Una vez listo el banco de preguntas, se procedió a cargar un Modelo de Lenguaje adecuado para la tarea. En particular, se seleccionaron modelos de tamaño intermedio (32, 30, y 8 mil millones de parámetros, equivalentes a las familias DeepSeek y Qwen), suficiente para comprender y generar explicaciones algebraicas básicas sin incurrir en tiempos de respuesta demasiado altos. El ordenador utilizado fue un Intel(R) Core(TM) i7-14700HX con 32GB Ram y Nvidia Rtx 4070 con 8GB. LM Studio permitió cargar el modelo localmente y habilitar una API Usage para que otros programas (en este caso, el script de Python) pudieran enviarle consultas. La configuración del modelo incluyó instrucciones iniciales (prompts) para delimitar su rol: debía actuar como tutor de matemáticas, verificar la respuesta del estudiante y, en caso de error, explicar el procedimiento correcto de factorización. En Rodríguez (2025) se pueden ver los códigos y prompts utilizados. Al utilizar LM Studio para encapsular el LLM, aseguramos una integración más sencilla con el entorno Python, ya que la comunicación se redujo a solicitudes HTTP a un servidor local. Cabe señalar que fue necesario afinar el timeout para que abarque todos los LLMs.

**Desarrollo en Python:** Se empleó Visual Studio Code como entorno de desarrollo para implementar el script principal, denominado Quiz.py. Este programa maneja la lógica de la tutoría, ejecutando las siguientes funciones principales:

- Carga del banco de preguntas: Lectura del archivo JSON. Escoge al azar dos preguntas para la sesión (Aquí puede modificarse este número).
- Interfaz interactiva en Tkinter: Muestra interactiva de cada enunciado al estudiante a través de una ventana.
- Comparación de respuestas: Verifica respuesta del estudiante contra la respuesta correcta del JSON.
- Feedback inteligente con un LLM local: Si las respuestas son correctas, felicita y propo-ne ejercicios más desafiantes. Si tiene errores manda mensaje motivador y explica la forma de resolver brevemente sugiriendo otros recursos.

El flujo general de la interacción es: el estudiante responde las preguntas, el sistema evalúa sus respuestas y, a continuación, el LLM produce una retroalimentación enriquecida. Para facilitar el uso con diferentes LLMs y diferentes prompts, el código lee previamente los archivos llm\_config.json y prompts. json. El código fuente completo de la plataforma se encuentra disponible públicamente en GitHub y ha sido archivado en Zenodo (Rodríguez, 2025).

Para la evaluación de los diferentes LLMs se simularon respuestas correctas e incorrectas, esperando la retroalimentación de acuerdo a los prompts. El modelo debía señalar el error conceptual de forma comprensible, seguidamente indicar en forma detallada y pedagógica el procedimiento de solución.

Esta investigación implementa un diseño no experimental transversal centrado en la validación técnica y funcional de un Sistema de Tutoría Inteligente (STI) basado en Modelos de Lenguaje Grande (LLMs).

Para la evaluación de los LLMs se adoptó el marco HHH (Askell et al, 2021), utilizando una rúbrica con escala del 1 al 5 (de muy pobre a excelente) en las siguientes dimensiones:

### a) Utilidad - 45 %

Evalúa si la respuesta satisface íntegramente lo indi-cado en el prompt de forma clara, completa y orienta-da a la acción.

### b) Honestidad - 20 %

Mide el nivel de veracidad, precisión factual y transparencia en las respuestas.

### c) Inocuidad - 15 %

Verifica la ausencia de contenido dañino, sesgos, instrucciones peligrosas o vulneraciones éticas.

### d) Tiempo de respuesta - 20 %

La puntuación se asigna según el intervalo de latencia:

1 punto: >120 segundos.

2 puntos: 60–120 segundos.

3 puntos: 30–60 segundos.

4 puntos: 10–30 segundos.

5 puntos: <10 segundos.

Los materiales empleados incluyeron:

Un conjunto estructurado de ejercicios matemáticos en formato JSON, que conformaron el banco de preguntas.

Un conjunto de instrucciones (prompts) en formato JSON.

Modelos cuantificados de lenguaje pre entrenados de 32, 8 y 30 mil millones de parámetros, ejecutados en entorno local mediante la herramienta LM Studio.

Lenguaje de programación Python, y el entorno de desarrollo Visual Studio Code, para la construcción de los scripts principales del sistema (control de flujo, interfaz, validación de respuestas y conexión API con el modelo de lenguaje).

# El proceso metodológico se estructuró en tres fases:

- 1. Diseño del banco de preguntas y los prompts.
- 2. Implementación técnica. Se integró el modelo LLM mediante una API local que recibía las respuestas y generaba la retroalimentación.
- 3. Análisis de los datos. El análisis de los datos se centró en la precisión de las respuestas, la capacidad del sistema para detectar errores y la calidad de la retroalimentación generada. Estos resultados fueron interpretados en función del objetivo principal: determinar la eficacia del uso de LLMs en la tutoría inteligente adaptativa para el aprendizaje matemático.

### 4. RESULTADOS

El sistema ITS-LLM desarrollado fue sometido a pruebas realizadas con un conjunto de preguntas para el ordenador elegido. Los modelos utilizados fueron a) deepseek-r1-distill-gwen-32b, b) deepseek-r1-0528-qwen3-8b y c) qwen3-30b-a3b. Para todos los modelos se utilizaron los mismos prompts a fin de evaluar su capacidad de comprensión. Se simularon respuestas correctas e incorrectas, las cuales generaron recomendaciones de la LLM, alguna de las cuales se muestra como ejemplo:

El modelo 1 (M1) deepseek-r1-distill-qwen-32b que arrojó un tiempo de 4 min 3s, una respuesta fue:

" ¡Buen trabajo! Has logrado acertar la mayoría de las respuestas, pero hay un pequeño error en la factorización que debemos corregir para fortalecer tu comprensión.

### \*\*Error en la Pregunta:\*\*

La expresión dada era 49a² - 64b². Tu respuesta fue (7a - 8b)(7a - 8b), pero la correcta es (7a - 8b)(7a + 8b).

### \*\*Pista Conceptual:\*\*

Recuerda que al factorizar una diferencia de cuadrados, como  $x^2 - y^2$ , el resultado siempre es (x - y)(x + y). Observa cómo uno de los factores tiene un signo negativo y el otro positivo.

### \*\*Solución Correcta:\*\*

1. Identificamos  $49a^2$  como  $(7a)^2$  y  $64b^2$  como  $(8b)^2$ .

2. Aplicamos la fórmula de diferencia de cuadrados: (7a - 8b)(7a + 8b).

### \*\*Consejo Práctico:\*\*

Para evitar este error, recuerda que al factorizar una diferencia de cuadrados, los signos en los factores deben ser opuestos. Siempre revisa multiplicando tus factores para asegurarte de que obtienes la expresión original.

¡Sigue adelante! Con práctica, dominarás estas técnicas. ¿Qué tal si intentas factorizar una diferencia de cubos como reto? Por ejemplo,  $x^3$  - 8."

Ahora utilizando el modelo 2 (M2) deepseek-r1-0528-qwen3-8b con un tiempo promedio de 23s, una res-puesta fue:

"¡Vaya! Parece que te equivochaste en este problema de factorización. La expresión \*\*49a² - 64b²\*\* es una diferencia de cuadrados, así que la respuesta correcta es:

$$(7a + 8b)(7a - 8b)$$

Ahora, para explicar por qué está mal tu respuesta (7a - 8b)(7a - 8b): si lo expandes, te quedaría \*\*49a² - 112ab + 64b<sup>2</sup>\*\*, que no es la expresión original. En una dife-rencia de cuadrados, los términos siempre van en sig-nos opuestos.

### \*\*Pasos para resolverlo:\*\*

- 1. Identifica que son cuadrados:  $\sqrt{(49a^2)} = 7a$  y  $\sqrt{(64b^2)} = 8b.$
- 2. Sique el patrón (x y)(x + y), donde x es el primer término de la raíz y y el segundo con su signo cambiado.
- \*\*Consejo:\*\* Diferencia de cuadrados → \*\*(primer tér-mino + segundo término)(primer término - segundo término)\*\*. ¡No olvides que los términos siempre van en diferente signo!

¡Seguimos adelante! ¿Puedes factorizar 49a² - 16b² sin mirar la respuesta?"

Utilizando el modelo 3 (M3) qwen3-30b-a3b con un tiempo promedio de 30s, un ejemplo de respuesta fue:

"¡Buen trabajo por intentarlo! Vamos a revisar juntos el ejercicio para que puedas entender mejor cómo resol-verlo.

La expresión que debes factorizar es  $49a^2 - 64b^2$ . Esta es una diferencia de cuadrados, lo cual significa que puedes escribirla como un producto de dos binomios. La clave está en reconocer que cada término es un cuadrado perfecto.

Pista conceptual: Recuerda que la fórmula para factorizar una diferencia de cuadrados es  $x^2 - y^2 =$ (x - y)(x + y). Es decir, si ves algo como "algo al cuadrado menos otro algo al cuadrado", puedes factorizarlo usando esta regla.

### Paso a paso:

- 1. Identifica los términos que son cuadrados perfectos:  $49a^2$  es  $(7a)^2$  y  $64b^2$  es  $(8b)^2$ .
- 2. Aplica la fórmula de diferencia de cuadrados:  $(7a)^2 - (8b)^2 = (7a - 8b)(7a + 8b).$
- 3. Por lo tanto, la factorización correcta es (7a 8b) (7a + 8b).

Consejo práctico: Siempre verifica que el signo entre los términos sea negativo y que ambos sean cuadrados perfectos antes de aplicar la fórmula. Esto te ayudará a evitar errores comunes.

¡Sigue así, estás en el camino correcto! ¿Te atreves a resolver otro eiercicio?".

La tabla 1 muestra los puntajes en respuestas típicas para los diferentes modelos analizados. Los hallazgos más relevantes fueron:

- Detección de errores: El sistema identificó correctamente todas las respuestas erróneas en todos los modelos seleccionados, reconociendo incluso cuando el error se debía a simples descuidos de signo o aritmética. Los modelos M1 y M2 muestran detalladamente el error explicando los mismos, mientras que el modelo M3 el análisis va directamente a la pregunta errónea y resuelve según el procedimiento correcto.
- O Calidad de la retroalimentación: La retroalimentación generada por el LLM fue en general clara, contextualizada y útil para los estudiantes. En general las respuestas del modelo M1 fueron muy completas, ideal para tutorías detalladas con la desventaja de tiempos lentos. El modelo M2 dio respuestas matemáticamente correctas y completas, aunque con algunos pequeños errores ortográficos. El modelo M3 da respuestas correctas un poco más simplificado con detalle suficiente. La mayor cantidad de parámetros la hace más confiable en la redacción, aunque el modelo M2 es más didáctico.
- Rendimiento y tiempos de respuesta: Los tiempos de espera para recibir la retroalimentación variaron según el tamaño del modelo utilizado. Con el modelo M1 de 32b parámetros (deepseek-r1-distill-qwen-32b) el tiempo promedio de generación de respuesta fue de 4 minutos obteniéndose respuestas muy completas,

mientras que al probar un modelo mas pequeño M2 (8b) se observaron tiempos menores de 30 s con suficientes explicaciones detalladas. El modelo M3 de 30b (qwen3-30b-a3b), ha tenido respuestas bastante aceptables en tiempos alrededor de 30 segundos.

Si bien estos tiempos son aceptables en un contexto de práctica autónoma, evidencian el compromiso entre la precisión del modelo y la eficiencia en entornos locales con recursos de cómputo limitados.

Tabla 1: Métricas de los diferentes modelos

Métrica \ Modelo	M1(1)	M2(2)	M3(3)
Utilidad (1-5)	5	5	5
Honestidad (1-5)	5	4.5	4.5
Inocuidad (1-5)	5	5	5
Tiempo (1-5)	1	4	4
Total ponderado	4.2	4.70	4.70

Fuente: Elaboración propia

- (1) Deepseek-r1-distill-qwen-32b Muy completo pero el más lento; ideal para tutorías detalladas.
- (2) Deepseek-r1-0528-qwen3-8b Matemáticamente correcto, didáctica con algunos errores ortográficos y veloz
- (3) Qwen3-30b-a3b Buen equilibrio entre detalle y rapidez.
- Adaptación y recomendaciones: El sistema ofreció recomendaciones específicas de re-fuerzo cuando detectó dificultades reiteradas. Por ejemplo, un estudiante que erró en todos los ejercicios recibió, un recordatorio resumido de la teoría de factorización de diferencia de cuadrados, junto con un enlace a un video tutorial corto. Esta funcionalidad, mediada por el LLM, demuestra cómo la plataforma puede cerrar el ciclo de aprendizaje: diagnostica la deficiencia, interviene con una explicación, y finalmente sugiere un recurso adicional para fortalecer esa área débil.

Si bien se trata de códigos pequeños, los resultados dados apuntan a que la combinación de un banco de preguntas bien diseñado, un sistema de prompts adecuados para el lenguaje y el LLM puede proveer explicaciones detalladas y mejorar la adquisición de conceptos en tiempo real durante una sesión de práctica.

De los resultados podemos observar lo siguiente:

El modelo M1 da resultados mas completos y didácticos, ideal para tutoría detallada, pero más de 4 min de espera en este tipo de ordenadores puede ser excesivo en entornos interactivos. Es ideal cuando la prioridad es la explicación detallada y no la inmediatez.

El modelo M3 tiene mejor equilibrio global, combina altísima claridad y exhaustividad con tiempo de respuesta breve. No tiene tanto detalle como el modelo M1, pero su número de parámetros (30b) da seguridad en las respuestas correctas.

El modelo M2 es el más veloz, ofrece soluciones correctas y didácticas, un poco más breve que el modelo M1. Adecuado para usuarios que solo requieren la respuesta y una breve justificación y recomendación sin importar mucho si existen pequeños errores gramaticales.

En la siguiente sección se discuten las implicaciones de estos hallazgos, así como las limitaciones actuales y posibles mejoras.

# 5. DISCUSIÓN

Cada familia de LLM necesita un código específico, principalmente por su tamaño y por la forma en que gestionan el razonamiento encadenado. Por ejemplo, Qwen incorpora la instrucción /no\_think, que permite ocultar la cadena de razonamiento, una opción que DeepSeek no ofrece. Cabe recalcar que una vez elegido el modelo adecuado, según las características del sistema existente, se puede optimizar el funcionamiento incorporando instrucciones

propias. Aquí se utilizó un mismo código para los 3 modelos, a efecto de realizar comparaciones de respuesta, pero es seguro que la utilización de códigos adaptados al lenguaje resultaría más óptimo. Asimismo, conviene evaluar qué modelo se ajusta mejor al ordenador disponible. Por ello, al implementar un LLM resulta imprescindible realizar pruebas de desempeño, cuyos resultados también dependen de la capacidad del equipo donde se ejecuta.

La efectividad del sistema radica en su capacidad de combinar precisión técnica con inteligencia contextual. Por un lado, la estructura fija del banco de pre-guntas JSON y la lógica determinística en Python ga-rantizan que la evaluación diagnóstica sea precisa y consistente (cada respuesta del estudiante es comparada correctamente con la solución esperada). Por otro lado, la incorporación del LLM aporta flexibilidad en la generación de retroalimentación y consejos pedagógicos adaptados a cada situación. Esta sinergia permite que el estudiante reciba no solo un veredicto correcto/incorrecto, sino una explicación personalizada que le ayuda a comprender el porqué de su error y cómo solucionarlo (Steinert, Avila, Ruzika, Kuhn & Kuchermann, 2024).

En pedagogía, se sabe que la retroalimentación inmediata y específica fortalece el aprendizaje autónomo, promoviendo la autorregulación: el estudiante reflexiona sobre sus errores y ajusta sus estrategias en función de la información recibida. Nuestro sistema logra implementar este principio al dar al estudiante la oportunidad de corregir su pensamiento casi en el mismo momento en que comete una equivocación, algo difícil de lograr en contextos de gran escala sin asistencia de IA.

Comparado con sistemas tradicionales de tutoría (basados únicamente en reglas predefinidas), el uso de LLMs ofrece mayor adaptabilidad. Un tutor convencional podría marcar una respuesta como simplemente "incorrecta" o mostrar un mensaje prefijado si no coincide con la solución prevista, mientras que nuestro enfoque, apoyado por el modelo de lenguaje, puede entender la respuesta del alumno y brindar una retroalimentación matizada. Por ejemplo, si un estudiante introduce una respuesta que es algebraicamente equivalente a la correcta, pero en formato distinto, la plataforma podría reconocer la equivalencia y considerarla correcta o casi correcta, explicando la equivalencia. Este tipo de comprensión es propio de modelos con conocimiento contextual. En efecto, se ha sugerido que los LLMs pueden actuar como tutores razonadores, capaces de explicar procedimientos paso a paso en diversas disciplinas, desde matemáticas hasta programación (Wang & Fan, 2025), algo que los ITS tradicionales difícilmente logran sin un extenso y complejo conjunto de reglas codificadas manualmente.

No obstante, la integración de LLMs también introduce nuevos desafíos. Uno de ellos es el costo computacional: modelos más grandes y precisos requieren hardware potente y mayor tiempo de cómputo, lo cual puede ser una barrera para implementaciones en instituciones con recursos limitados. Si bien nuestro prototipo funcionó muy bien con un modelo 8B en un entorno local, escalar a un uso masivo podría requerir optimizaciones o el uso de infraestructuras en la nube, con las implicaciones de costo que ello conlleva. Otro desafío importante es el control semántico y la veracidad de las respuestas generadas por el LLM. Aunque en nuestras pruebas el modelo se apegó a contenidos matemáticos correctos (posiblemente favorecido por lo acotado del dominio de factorización), existe el riesgo de que un LLM genere información imprecisa o incluso incorrecta en contextos más abiertos (por lo tanto, no se recomienda elaborar contextos demasiado abiertos). Este fenómeno, conocido como alucinación del modelo, debe mitigarse mediante la configuración adecuada del prompt y, en escenarios críticos, con validaciones adicionales. Por ejemplo, podríamos incorporar un módulo que verifique pasos algebraicos de la explicación del LLM de forma simbólica para confirmar su corrección, antes de mostrársela al estudiante.

Otro aspecto a considerar es la personalización ex-cesiva: si bien adaptar la retroalimentación al estudiante es positivo, es importante asegurar que las explicaciones sigan estándares didácticos y no se simplifiquen demasiado al intentar acomodarse a un estudiante en particular. La plataforma debe mantener un equilibrio entre dar ayuda y fomentar el esfuerzo cognitivo del estudiante. Idealmente, el tutor inteligente debería guiar al aprendiz a descubrir por sí mismo la solución, en lugar de proveerla inmediatamente. En futuras iteraciones, se podría explorar que el LLM haga preguntas socráticas o dé pistas graduales en lugar de la respuesta completa, para incentivar un rol más activo del alumno en la corrección de sus errores.

En línea con trabajos recientes sobre IA educativa, nuestros resultados alimentan el optimismo de que los LLMs pueden mejorar la eficacia de los sistemas de tutoría automatizada (Adel, Ahsan & Davison, 2024). En este proyecto específico, la calidad de las explicaciones generadas fue buena, lo que sugiere que incluso en matemáticas (un ámbito donde inicialmente se pensaba que los LLM podrían tener dificultades por la formalidad del lenguaje simbólico), es posible aprovechar su potencial. No obstante, también coincidimos con otros autores en que un LLM no reemplaza la guía humana por completo. Aspectos como la motivación emocional, la detección de frustración o el impulso anímico que brinda un tutor humano son difíciles de emular por una IA. En este sentido, vemos a la plataforma desarrollada no como un sustituto del profesor, sino como una herramienta complementaria: puede servir para prácticas fuera del aula, nivelación de estudiantes rezagados al inicio de un curso, o como asistente para el docente al identificar patrones comunes de error en la clase.

Finalmente, es importante reflexionar sobre la generalización de esta metodología. Si bien el caso de es-tudio fue la factorización por diferencia de cuadrados, la arquitectura del sistema es aplicable a otros contenidos matemáticos e incluso a otras áreas disciplinarias. El componente de banco de preguntas JSON puede adaptarse fácilmente para almacenar cuestiones de distinto tipo (por ejemplo, problemas de física conceptual con sus respuestas, ejercicios de código fuente en cursos de programación, etc.), y el LLM puede reconfigurarse con los prompts adecuados para esos nuevos dominios. Esto sugiere una escalabilidad prometedora: Una universidad podría desarrollar bancos de preguntas diagnósticas para diversos temas críticos (álgebra, trigonometría, química básica, gramática, etc.) y reutilizar la misma plataforma base con un LLM para brindar tutoría personalizada en cada caso. De este modo, se atenderían necesidades indi-viduales de los estudiantes a gran escala, contribuyendo a cerrar brechas de conocimiento antes de que perjudiquen el desempeño en cursos avanzados.

### 6. CONCLUSIONES

Este trabajo demuestra la viabilidad de construir una plataforma de tutoría inteligente apoyada en LLMs para evaluar conocimientos previos de algún tema particular. Mediante la integración de un banco estructurado de preguntas, un sistema de prompts, un modelo de lenguaje para la generación de recomendaciones apropiado al ordenador utilizado y un entorno de desarrollo eficiente, se logró diseñar un sistema funcional, adaptable y orientado al apoyo pedagógico en la transición al estudio de materias superiores. El uso del mismo evidenció que el sistema es capaz de diagnosticar errores de manera fiable y proporcionar explicaciones útiles que ayudan a remediar conceptos mal comprendidos en tiempo real.

El empleo de modelos de lenguaje de gran tamaño (LLM) dentro de los sistemas tutoriales inteligentes (ITS) eleva notablemente la calidad y la personalización de la retroalimentación. Estos ITS deben entenderse como un recurso de repaso para quienes identifiquen vacíos en sus conocimientos previos, y no como un reemplazo de los cursos preuniversita-

rios. Gracias a explicaciones inmediatas y adaptadas, el estudiantado refuerza su comprensión antes de enfren-tar evaluaciones formales; ello puede reducir las tasas de reprobación en asignaturas avanzadas al asegurar que inicien con las competencias indispensables. Además, la plataforma potencia la autonomía: al interactuar con el tutor inteligente, la persona estudiante practica, se equivoca, reflexiona y aprende de sus errores en un entorno seguro y privado, desarrollando así confianza en sus propias capacidades.

### Implementación técnica y escalabilidad

Un aspecto clave explorado en este proyecto es la posibilidad de implementar el LLM de manera local en una computadora central, esto permitiría que estudiantes accedan al tutor inteligente desde sus propios dispositivos a través de una red. Esta arquitectura no solo reduce costos asociados a APIs externas, sino que también garantiza mayor control sobre la privacidad de los datos y la personalización del modelo.

Futuros accesos podrían optimizar este enfoque mediante técnicas de fine-tuning con datos educativos específicos o el uso de LLMs ligeros y adaptados a un tema particular que continuamente se están desarrollando, facilitando el despliegue en entornos con recursos limitados.

### Limitaciones y trabajo futuro

A pesar de los resultados positivos, reconocemos que este estudio es de alcance limitado. Como trabajo futuro se sugiere:

1. Validación empírica ampliada: Comparar el desempeño de estudiantes que usan la plata-forma frente a aquellos con instrucción tradicional, en condiciones controladas.

- 2. Optimización del LLM: Mejorar la eficiencia de las respuestas mediante técnicas de entrenamiento o el uso de modelos más rápidos, asegurando una experiencia fluida incluso en hardware modesto.
- 3. Métricas de aprendizaje: Incorporar sistemas de seguimiento para cuantificar el progreso individual (ej. comparando pruebas diagnósticas antes y después de usar la tutoría).
- 4. Accesibilidad: Explorar opciones de despliegue en la nube o en servidores locales para instituciones educativas, de forma de usar simultáneamente v ampliar su alcance.

En conclusión, la convergencia de técnicas de inteligencia artificial y principios pedagógicos ha permitido crear una herramienta innovadora para la educación matemática. Los hallazgos respaldan que los LLMs, integrados de manera estratégica, pueden actuar como tutores virtuales eficaces, brindando apoyo individualizado a gran escala. A medida que esta tecnología avance —superando desafíos como sesgos, interpretabilidad y demanda computacional—, sistemas como el aquí presentado podrían transformar la educación superior, complementando la labor docente y empoderando a los estudiantes en su proceso de aprendizaje.

# 7. BIBLIOGRAFÍA

- Adel, A., Ahsan, A., & Davison, C. (2024). ChatGPT Promises and Challenges in Education: Computational and Ethical Perspectives. Education Sciences, 14(8), 814. https://doi.org/10.3390/ educsci14080814
- Askell, A. et al. "A General Language Assistant as a Laboratory for Alignment." arXiv:2112.00861, 2021. https://arxiv.org/abs/2112.00861?utm\_ source=chatgpt.com

- Frieder, S., et al. (2023). Mathematical Capabilities of ChatGPT. arXiv preprint arXiv:2301.13867. https://arxiv.org/abs/2301.13867 Hattie, J., & Timperley, H. (2007). The Power of Feed-back. Review of Educational Research, 77(1), 81-112. https://doi. org/10.3102/003465430298487 (Original work published 2007) Hemachandran, K., et al. (2022). Artificial Intelligence: A Universal Virtual Tool to Augment Tutoring in Higher Education. Computational Intelligence and Neurosci-ence, 2022, Article 1410448. https://doi.org/10.1155/2022/1410448 Jeon, J., & Lee, S. (2023). Large Language Models in Education: A Focus on the Complementary Relationship Between Human Teachers and Chat-GPT. Educa-tion and Information Technologies, 28(12), 15873–15892. https://doi.org/10.1007/ s10639-023-11677-3 Kasneci, E., et al. (2023). ChatGPT for Good? On Opportunities and Challenges of Large Language Models for Education. Learning and Individual Differences, 103, 102274. https://doi.org/10.1016/j.lindif.2023.102274 Mahadewsing, R., Getrouw, D., & Calor, S. M. (2024). Prior knowledge of a calculus course: The impact of prior knowledge on students' errors. International Electronic Journal of Mathematics Education, 19(3), em0786. https://doi. org/10.29333/iejme/14765 Narciss S.(2013). Designing and Evaluating Tutoring Feedback Strategies for digital learning environments on the basis of the Interactive Tutoring Feedback Model. ResearchGate. Digital Education Review. 23,(1):7-26 https://www.researchgate.net/publication/258422092
- Niño-Rojas, F., Lancheros-Cuesta, D., & Jiménez-Valderrama M.T.P., Mestre, G., & Gómez, S. (2024). Systematic review: Trends in intelligent tutoring systems in mathematics teaching and learning. International Journal of Education in Mathematics, Science, and Technology (IJEMST), 12(1), 203-229. https://doi.org/10.46328/ijemst.3189
- Paladines J., Ramirez J. (2020) A Systematic Literature Review of Intelligent Tutoring Systems With Dialogue in Natural Language. Research-Gate. IEEE Access. V.8. https://doi.org/10.1109/ ACCESS.2020.3021383
- Rach, S., & Ufer, S. (2020). Which Prior Mathematical Knowledge is Necessary for Study Success in the University Study Entrance Phase? International Journal of Research in Undergraduate Mathematics Education, 6(3), 375–403. https:// doi.org/10.1007/s40753-020-00112-x
- Rodríguez L. Nelzon. (2025). Codigos-python [Computer software]. Zenodo. https://doi. org/10.5281/zenodo.15618541
- Steinert, S., Avila, K.E., Ruzika, S. et al. Harnessing large language models to develop researchbased learning assistants for formative feedback. Smart Learn. Environ. 11, 62 (2024). https://doi. org/10.1186/s40561-024-00354-1
- Wang, J., Fan, W. The effect of ChatGPT on students' learning performance, learning perception, and higherorder thinking: insights from a meta analysis. Humanit Soc Sci Commun 12, 621 https://doi.org/10.1057/s41599-025-(2025).04787-v
- Wisniewski, B., Zierer, K., & Hattie, J. (2020). The Power of Feedback Revisited: A Meta-Analysis of Educational Feedback Research. Frontiers in Psychology, 10, 3087. https://doi.org/10.3389/ fpsyg.2019.03087



# EVALUACIÓN DEL POTENCIAL HÍDRICO EN TUBÉRCULOS DE SOLANUM TUBEROSUM BAJO CONDICIONES CONTROLADAS DE LABORATORIO

EVALUATION OF WATER POTENTIAL IN SOLANUM TUBEROSUM TUBERS
UNDER CONTROLLED LABORATORY CONDITIONS

Fecha de recepción: 01/08/2025 | Fecha de aceptación: 01/09/2025

**Autores** 

Mamani Alemán Julio César<sup>1</sup> Hoyos López Marcela Elizabeth<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Ingeniero de Recursos Hídricos, Máster en Hidrología y Gestión de los Recursos Hídricos de la Universidad de Alcalá y Universidad Rey Juan Carlos, Maestrante en Gestión Sostenible y Tecnologías del Agua de la Universidad de Alicante <sup>2</sup>Ingeniero Civil, Doctora en Ciencias de la Universidad Autónoma Juan Misael Saracho

Correspondencia de los autores: julio-cesar-ma@hotmail.com¹, jcma13@alu.ua.es¹, ingmhoyos@gmail.com²

Tarija - Bolivia

#### RESUMEN

El presente estudio tuvo como objetivo estimar el potencial hídrico osmótico ( $\Psi s$ ) en tejidos vegetales, mediante el análisis de los cambios de masa en cilindros de patata expuestos a soluciones de sacarosa de diferente concentración, utilizando el método de volumen constante. A través del intercambio osmótico entre el tejido y las soluciones, se evaluó el movimiento neto de agua, identificando el punto de equilibrio en el que no se produce ganancia ni pérdida de masa, lo cual indica que el potencial hídrico de la solución es equivalente al del tejido.

Los resultados mostraron una disminución progresiva del porcentaje de cambio de masa conforme aumentó la concentración de sacarosa, observándose un cambio neto cercano a cero entre las concentraciones de 0.4 M y 0.5 M, correspondientes a potenciales hídricos de -0.989 MPa y -1.237 MPa, respectivamente. Sin embargo, mediante ajuste lineal, el punto de equilibrio osmótico se estimó en aproximadamente -1.12 MPa, valor que representa el potencial hídrico osmótico del tejido de patata en las condiciones experimentales.

Se identificaron posibles fuentes de error que podrían explicar discrepancias con respecto a valores de referencia, tales como la heterogeneidad en el secado de las muestras, la falta de agitación constante durante la incubación, y variaciones en el tamaño de los cilindros. Estos factores subrayan la importancia de controlar rigurosamente las condiciones experimentales para obtener datos fiables.

#### **ABSTRACT**

The present study aimed to estimate the osmotic water potential ( $\Psi s$ ) in plant tissues by analyzing mass changes in potato cylinders exposed to sucrose solutions of different concentrations, using the constant-volume method. Through osmotic exchange between the tissue and the solutions, the net movement of water was evaluated, identifying the equilibrium point at which no mass gain or loss occurs, indicating that the water potential of the solution is equivalent to that of the tissue.

The results showed a progressive decrease in the percentage of mass change as the sucrose concentration increased, with a net change close to zero observed between concentrations of 0.4 M and 0.5 M, corresponding to water potentials of -0.989 MPa and -1.237 MPa, respectively. However, using linear fitting, the osmotic equilibrium point was estimated at approximately -1.12 MPa, a value that represents the osmotic water potential of potato tissue under the experimental conditions.

Potential sources of error that could explain discrepancies with reference values were identified, such as heterogeneity in sample drying, lack of constant agitation during incubation, and variations in cylinder size. These factors underscore the importance of rigorously controlling experimental conditions to obtain reliable data.

Palabras Clave: Potencial hídrico, Riego, Vegetación.

Keywords: Water potential, Irrigation, Vegetation.

# 1. INTRODUCCIÓN

#### Fundamentos del Potencial Hídrico en Plantas

El comportamiento del agua en los tejidos vegetales es un aspecto central de la fisiología vegetal. En este contexto, el potencial hídrico ( $\Psi$ ) representa una medida de la energía libre del agua en un sistema, expresada generalmente en megapascales (MPa), y permite comprender las condiciones en las que el agua se desplaza entre distintos compartimentos del sistema suelo-planta-atmósfera (Campbell & Norman, 2019). Esta magnitud termodinámica resulta decisiva en la caracterización de procesos como la absorción radicular, el transporte por el xilema, la regulación estomática y la expansión celular, los cuales afectan directamente al crecimiento, la productividad y la resiliencia de las plantas frente al estrés abiótico.

# 1.1 DEFINICIÓN Y COMPONENTES DEL POTENCIAL HÍDRICO

El potencial hídrico total de un sistema vegetal puede expresarse como la suma de varios componentes individuales (Tyree & Zimmermann, 2022):

#### $\Psi = \Psi S + \Psi p + \Psi g + \Psi m$

Donde.

Ψs: potencial osmótico, derivado de la presencia de solutos que reducen la energía libre del agua.

 $\boldsymbol{\Psi}\boldsymbol{p}$ : potencial de presión, vinculado con la presión hidrostática interna (turgencia) de las células.

 $\Psi g$ : potencial gravitacional, relevante en sistemas con diferencias de altura apreciables.

Ψm: potencial mátrico, asociado a la adhesión del agua a superficies sólidas, como las paredes celulares o partículas del suelo.

Cada uno de estos términos contribuye a explicar el movimiento del agua dentro de las plantas y su entorno, siendo imprescindibles para interpretar fenómenos fisiológicos a nivel celular, tisular y ecológico.

### 1.2 RELEVANCIA FISIOLÓGICA DEL POTENCIAL HÍDRICO

La dinámica del agua en las plantas puede entenderse únicamente si se considera cómo varía el potencial hídrico en función del entorno y del estado fisiológico del vegetal. Algunas de las funciones fisiológicas asociadas incluyen:

- Absorción radicular: El agua fluye hacia las raíces cuando el potencial hídrico del suelo es mayor que el de la raíz, estableciendo un gradiente que facilita la entrada de agua y la movilización de nutrientes esenciales.
- Transporte por el xilema: El ascenso del agua desde las raíces hasta las hojas se sustenta en un gradiente decreciente de potencial hídrico, impulsado por la transpiración foliar (Tyree & Zimmermann, 2022).
- Apertura estomática: Las variaciones del potencial hídrico afectan directamente la turgencia de las células oclusivas, modulando la apertura de las estomas y, con ello, la transpiración y el intercambio gaseoso.
- Crecimiento celular: La expansión de las células está sujeta a una presión de turgencia adecuada, dependiente del potencial hídrico celular.
- Adaptación al estrés hídrico: Ante condiciones adversas, las plantas ajustan sus niveles de  $\Psi$ mediante mecanismos como el cierre estomático, la acumulación de solutos compatibles o la modificación de la arquitectura radicular (Tardieu et al., 2018).

#### 1.3 IMPLICACIONES EN AGRICULTURA Y ECOLOGÍA

Comprender la dinámica del potencial hídrico tiene aplicaciones estratégicas en el manejo de cultivos y en la gestión de ecosistemas:

- $\odot$  Optimización del riego: El monitoreo de  $\Psi$  en suelo y tejidos permite establecer pautas de riego eficientes, mejorando el uso del recurso hídrico y reduciendo pérdidas (Campbell & Norman, 2019).
- Selección varietal: Las diferencias en la capacidad de las especies o variedades para mantener un  $\Psi$  favorable bajo condiciones de déficit hídrico guían la selección de cultivares adaptados a la sequía (Tardieu et al., 2018).
- Conservación de hábitats: La relación entre el potencial hídrico y la distribución de especies vegetales permite interpretar su respuesta al cambio climático y orientar estrategias de restauración ecológica.
- Mejoramiento genético: La identificación de rasgos hidráulicos ventajosos está permitiendo desarrollar cultivos más eficientes en el uso del agua, combinando enfoques genómicos y fisiológicos.

# 1.4 MÉTODOS DE DETERMINACIÓN DEL POTENCIAL HÍDRICO

La medición del potencial hídrico se realiza mediante distintos métodos según el contexto experimental:

- Cámara de presión (bomba de Scholander): Evalúa el  $\Psi$  en tejidos foliares mediante la presión necesaria para extraer el agua del xilema.
- Psicrómetros: Determinan Ψ mediante la medición de la humedad relativa en equilibrio con la muestra vegetal.

- Tensiómetros: Instrumentos que evalúan la disponibilidad de agua en el suelo midiendo la tensión matricial.
- Sensores de matriz granular: Permiten un monitoreo continuo del potencial hídrico en campo, con aplicaciones en agricultura de precisión.

Cada técnica presenta ventajas y limitaciones específicas, y su elección depende de la escala de análisis, el tipo de muestra y la precisión requerida (Campbell & Norman, 2019).

#### 1.5 AVANCES Y PERSPECTIVAS

La investigación actual sobre el potencial hídrico se orienta a desentrañar los mecanismos moleculares que regulan el transporte de agua y su integración con otras rutas de señalización en respuesta a estreses ambientales (Tardieu et al., 2018). Paralelamente, los desarrollos tecnológicos están facilitando la implementación de sensores remotos y sistemas automatizados para la monitorización en tiempo real de  $\Psi$ , lo que amplía su aplicación en agricultura sostenible y restauración ecológica.

# 1.6 APLICACIÓN EXPERIMENTAL: DETERMINACIÓN DE $\Psi$ POR EL MÉTODO DE VOLUMEN CONSTANTE

En el presente estudio se aplica el método de volumen constante para estimar el potencial hídrico en tejido vegetal de Solanum tuberosum (patata). La técnica consiste en sumergir cilindros del tejido en soluciones de sacarosa de concentración creciente. observando los cambios netos de peso como indicador del movimiento osmótico del agua. El punto de equilibrio, en el cual no se observa ganancia ni pérdida neta de agua, corresponde al potencial hídrico del tejido.

Este enfoque, aunque de carácter didáctico y simplificado, permite evaluar de manera indirecta el comportamiento osmótico del tejido y ofrece una aproximación a su estado hídrico. La comparación con valores de referencia requiere un control riguroso de variables como el tamaño y uniformidad de las muestras, la homogeneidad de las soluciones y el tiempo de exposición, aspectos que influyen de forma significativa en la precisión del resultado final.

#### 1.7 PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN

¿Cuál es el valor aproximado del potencial hídrico osmótico en los tubérculos de Solanum tuberosum determinado mediante el método de volumen constante, y cómo puede emplearse este valor como referencia para el manejo hídrico en el cultivo?

#### Hipótesis:

Se plantea que los tubérculos de Solanum tuberosum presentarán un potencial hídrico osmótico en torno a valores negativos cercanos a -1.0 MPa, y que este umbral puede ser empleado como un indicador fisiológico confiable para definir estrategias de riego y evaluar el estado hídrico del cultivo bajo condiciones de laboratorio controladas.

# 2. MATERIALES Y MÉTODOS

Tomando en cuenta el desarrollo de la práctica, los materiales utilizados fueron: Material vegetal (tubérculos de patata), placas Petri, escalpelo, sacabocados de 4 mm, balanza, pinzas, regla, papel secante, disoluciones de sacarosa, calculadora y ordenador.

Figura 1: Elementos y materiales usados en la práctica



Este método es uno de los más antiguos y se basa en el hecho de que los tejidos vegetales ganan o pierden agua cuando se les coloca en un medio hipotónico o hipertónico, respectivamente. Si el medio es isotónico, el tejido ni gana ni pierde agua.

Las soluciones de concentración conocida, es decir de  $\Psi$  conocido, se utilizan como referencia para determinar el  $\Psi$  del tejido problema.

Este será igual al de la disolución isotónica que no induzca cambio de volumen en el tejido (% de cambio = 0).

Se preparan 8 disoluciones de sacarosa numeradas con las siguientes concentraciones molares:

Tabla 1: Diferentes concentraciones molares aplicadas a la práctica.

Tratamientos	T1	T2	Т3	T4	T5	Т6	Т7	Т8
Concentraciones (M)	0,05	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7

Utilizando un sacabocados, se extrajeron 16 cilindros de patata común, cada uno con dimensiones de 0,4 cm de diámetro y 3 cm de longitud.

Figura 2: Medición de la sacarosa en diferentes concentraciones molares



Inmediatamente después de secarlos ligeramente con papel de filtro para prevenir la pérdida de peso, se procede a pesar pares de cilindros utilizando una balanza de precisión. Posteriormente, estos cilindros se distribuyen en ocho placas previamente numeradas, cada una conteniendo 10 mL de la solución de sacarosa correspondiente. Para evitar la evaporación del agua, las placas se cubren herméticamente.

Transcurridos 45 minutos, se extraen los cilindros de las placas, manteniendo el orden original y agrupándolos en pares según el tratamiento recibido. Tras un secado suave, se realiza un nuevo pesaje de cada par de cilindros.

Figura 3: Pesado respectivo, tras 45 minutos de reposo en sacarosa.



# 3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En primera instancia, Se elabora una tabla para recopilar y presentar los siguientes datos del experimento:

- 1. Molaridad (M) de las disoluciones de sacarosa, en sus diferentes concentraciones.
- 2. Potencial osmótico ( $\Psi s$ ) de las disoluciones en MPa, determinado mediante:

**Ψ**s=-i\*M\*R\*T

- » -i: Constante de ionización.
- » M: Valor de molaridad (M).
- » R: Constante de los gases con un valor de 0.0083 MPa kg-1 mol-1 °K.
- » T: La temperatura en laboratorio fue de 25 °C.

- 3. Peso inicial del tejido en gramos.
- 4. Peso del tejido en gramos después de 45 minutos.
- 5. Diferencia entre el peso final y el peso inicial.

6. Porcentaje de cambio (positivo, negativo o nulo).

% cambio de peso = 
$$\frac{P final - P inicial}{P inicial}$$

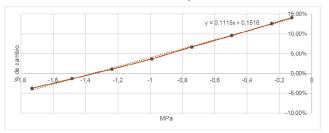
Tabla 2: Valores finales v resultados obtenidos mediante formul
---

M	Ψs (MPa)	P <sub>o</sub> (g)	P <sub>45</sub> (g)	$\Delta (P_{45} - P_0)$	% Cambio
0,05	-0,12367	2,240	2,555	0,315	14,06%
0,1	-0,24734	2,265	2,550	0,285	12,59%
0,2	-0,49468	2,245	2,460	0,215	9,58%
0,3	-0,74202	2,305	2,459	0,154	6,68%
0,4	-0,98936	2,300	2,385	0,085	3,70%
0,5	-1,2367	2,300	2,325	0,025	1,09%
0,6	-1,48404	2,300	2,270	-0,03	-1,30%
0,7	-1,73138	2,290	2,205	-0,085	-3,71%

A continuación, se presenta gráficamente el porcentaje de cambio (en el eje de ordenadas) inducido por el potencial osmótico de la sacarosa (en el eje de abscisas). Se determinó la ecuación de la recta (y = ax + b).

La gráfica obtenida representa la relación entre el potencial osmótico de la sacarosa ( $\Psi s$ ) y el porcentaje de cambio en el peso de los cilindros de patata tras su inmersión en soluciones de diferente concentración. Se observa que, a medida que el potencial osmótico de la solución se hace más negativo, el porcentaje de cambio en el peso disminuye progresivamente, pasando de valores positivos a negativos.

Figura 4: Gráfica obtenida y punto de equilibro del potencial hídrico de la patata.



Este comportamiento concuerda con el fenómeno osmótico, en el cual el flujo neto de agua depende del gradiente de potencial hídrico entre el tejido vegetal y el medio externo. Cuando el  $\Psi s$  es menos negativo, se genera un gradiente favorable para la entrada de agua al interior de las células de la patata, lo que se refleja en un aumento de peso. A medida que el potencial osmótico externo se aproxima al del tejido, la variación en el peso tiende a cero, indicando que se ha alcanzado el equilibrio osmótico y, en consecuencia, que el potencial hídrico del tejido es equivalente al de la solución.

En este experimento, el punto de equilibrio identificado en la intersección de la recta de regresión con el eje de abscisas (cuando el cambio porcentual es cero). se ubicó entre -0.989 y -1.236 MPa, lo que sugiere que el potencial hídrico interno (*Yint*) de la patata se encuentra en ese rango. Este valor representa el estado en el cual no existe movimiento neto de agua entre el tejido y la solución circundante. La obtención de un valor más negativo de lo esperado podría estar asociada a factores metodológicos, como la precisión en la determinación de masas, la homogeneidad de los cilindros de patata, el tiempo de incubación o la temperatura ambiente. Entre las posibles fuentes de error destacan:

- Agitación insuficiente: la falta de una distribución homogénea de la solución sobre las muestras pudo haber limitado el intercambio osmótico.
- Método de secado: el uso de papel absorbente de manera agresiva pudo extraer agua del tejido, alterando el peso real.
- Tamaño de las muestras: los cilindros de 3 cm de longitud representan un límite superior en este tipo de ensayos, lo que puede ralentizar la dinámica del equilibrio osmótico frente a muestras más pequeñas.

# 3.1 APLICACIÓN DE LOS RESULTADOS AL MANEJO HÍ-DRICO DEL CULTIVO DE PAPA

La determinación del potencial hídrico osmótico en tubérculos de Solanum tuberosum (≈ -1.36 MPa en este estudio) no solo permite caracterizar el estado hídrico del tejido, sino que también ofrece un valor de referencia aplicable a la programación del riego. En fisiología vegetal, la medición de  $oldsymbol{\Psi}$  en hojas o tallos es reconocida como un indicador sensible del grado de estrés hídrico, pues integra la interacción suelo-planta-atmósfera en un único parámetro (Blum, 2011; Tardieu, Simonneau, & Muller, 2018).

A partir del valor isotónico obtenido en laboratorio, es posible definir umbrales operativos para el manejo en campo. De manera práctica, valores superiores a -0.9 MPa indican una condición segura; un rango de -1.1 a -1.2 MPa representa una zona de precaución, donde conviene programar riegos en un plazo de 24-48 horas; y valores iguales o inferiores a -1.36 MPa corresponden a una zona crítica, asociada a pérdida de turgencia y cierre estomático, lo que requiere riego inmediato.

Matteau et al. (2021) complementan este enfoque al identificar un umbral de riego óptimo en torno a -15 kPa de potencial matricial en el suelo, lo que respalda la posibilidad de utilizar valores fisiológicos como criterios de manejo. En la misma línea, Gandar y Tanner (1976) evidenciaron que los tubérculos reflejan con precisión el estado hídrico de la planta, validando su utilidad como indicador práctico. Huntenburg et al. (2023) documentaron que los tubérculos presentan flujos de agua con variaciones diurnas bajo sequía, mientras que Zaki y Radwan (2022) mostraron diferencias en la respuesta de cultivares frente al déficit hídrico, reforzando la relevancia de utilizar  $\Psi$  en la selección varietal y en el diseño de estrategias adaptativas. Asimismo, Nasir et al. (2022) subrayaron que la sensibilidad de la papa a la sequía depende de la etapa de desarrollo y la morfología del genotipo, lo cual enfatiza la importancia de enfoques fisiológicos en la gestión hídrica.

Este parámetro hidrostático, al reflejar la energía libre del agua en la planta, constituye una herramienta confiable para evaluar con precisión el grado de estrés hídrico, con repercusiones directas sobre la fotosíntesis, la transpiración y el crecimiento de los

tubérculos (Allen et al., 1998; Blum, 2011; Tardieu et al., 2018; Matteau et al., 2021).

En regiones heterogéneas como el Valle Central de Tarija, el altiplano, Entre Ríos y el Chaco tarijeño, la demanda hídrica de la papa varía según altitud, textura del suelo, régimen pluviométrico, radiación y temperatura. Esta variabilidad impone la necesidad de ajustar los calendarios y volúmenes de riego a condiciones locales. Conocer los umbrales de  $oldsymbol{\Psi}$ ayuda a evitar tanto el déficit severo como la sobresaturación del perfil edáfico, esta última vinculada a enfermedades radiculares como la pudrición blanda (Pectobacterium spp.) o a problemas de hipoxia (FAO, 2002; Shock & Feibert, 2012).

El monitoreo del potencial hídrico en distintas fases fenológicas (brotación, tuberización, floración y llenado de tubérculos) facilita la definición de curvas de sensibilidad hídrica específicas, necesarias para implementar riego deficitario controlado o por demanda. Estos valores también pueden integrarse en modelos como CROPWAT, AquaCrop o DSSAT, aportando insumos para la zonificación agrohidrológica y la estimación de rendimientos bajo diferentes escenarios climáticos.

De esta forma, los resultados obtenidos en laboratorio se convierten en un criterio técnico de aplicación práctica, vinculando la fisiología de los tubérculos con la gestión agronómica del agua y ofreciendo herramientas para una producción más eficiente y sostenible, especialmente en contextos donde la variabilidad climática genera incertidumbre en la disponibilidad del recurso.

#### 4. CONCLUSIONES

El presente estudio permitió determinar el potencial hídrico osmótico en tubérculos de Solanum tuberosum mediante el método clásico de cilindros en soluciones de sacarosa. Los resultados evidenciaron un punto de equilibrio en un rango comprendido entre -0.989 y -1.236 MPa, con un valor isotónico

estimado de -1.36 MPa, lo cual refleja de manera adecuada el estado hídrico interno del tejido. Este hallazgo confirma la validez del principio osmótico como herramienta de análisis fisiológico, en el que las variaciones de peso en los cilindros responden directamente al gradiente de agua existente entre la solución externa y las células del tejido vegetal.

La interpretación de estos resultados muestra que, en condiciones en las que el medio presenta un potencial hídrico menos negativo, se favorece la entrada de agua al interior de las células, generando un aumento de peso. A medida que la solución se aproxima al potencial hídrico del tejido, la ganancia de agua tiende a disminuir hasta alcanzar el equilibrio, momento en el que no ocurre un movimiento neto de agua. De esta forma, los tubérculos se consolidan como indicadores fisiológicos fiables, capaces de reflejar el estado hídrico de la planta en su conjunto.

Asimismo, la obtención de un valor más negativo de lo esperado puede atribuirse a factores experimentales relacionados con la homogeneidad de las muestras, el tiempo de incubación, la precisión del pesaje o el método de secado empleado. Estas consideraciones metodológicas ponen de manifiesto la importancia de estandarizar protocolos en estudios fisiológicos para obtener mediciones comparables y reproducibles.

Más allá de su aporte experimental, los valores obtenidos adquieren relevancia práctica para la agricultura. El potencial hídrico estimado constituye un umbral fisiológico aplicable a la programación del riego en papa, lo que permite diferenciar entre condiciones seguras ( $\Psi > -0.9 MPa$ ), de precaución (entre -1.1 y -1.2 MPa) y críticas ( $\Psi \leq$  -1.36 MPa). Estas referencias pueden orientar la toma de decisiones en campo y prevenir pérdidas productivas asociadas tanto al déficit hídrico como al exceso de humedad en el suelo.

Diversos trabajos respaldan este enfoque, desta-

cando que los tubérculos reflejan fielmente el estado hídrico de la planta (Gandar & Tanner, 1976), que presentan variaciones diurnas en el flujo de agua bajo condiciones de sequía (Huntenburg et al., 2023) y que la respuesta a la falta de agua depende del cultivar y de la etapa de desarrollo (Zaki & Radwan, 2022; Nasir et al., 2022). En este sentido, la integración de parámetros fisiológicos como el potencial hídrico con información edáfica y climática permite construir criterios sólidos de manejo agronómico, especialmente en regiones heterogéneas como el Valle Central de Tarija, el altiplano o el Chaco tariieño.

Finalmente, los resultados alcanzados permiten afirmar que la hipótesis planteada al inicio del estudio se cumple, dado que los valores obtenidos se sitúan en torno a -1.0 MPa, lo cual confirma que los tubérculos de papa constituyen un indicador fisiológico confiable del estado hídrico y que dicho umbral puede emplearse en la definición de estrategias de riego y manejo agronómico.

Este trabajo demuestra que un experimento de laboratorio sencillo puede transformarse en un referente agronómico de gran utilidad. Los valores de potencial hídrico determinados en los tubérculos no solo enriquecen la comprensión de los procesos osmóticos en papa, sino que también ofrecen insumos para diseñar calendarios de riego más ajustados, alimentar modelos de simulación como AquaCrop o DSSAT y contribuir al desarrollo de estrategias sostenibles de producción agrícola en un contexto de creciente incertidumbre climática.

# 5. BIBLIOGRAFÍA

Allen, R. G., Pereira, L. S., Raes, D., & Smith, M. (1998). Crop evapotranspiration: Guidelines for computing crop water requirements. FAO Irrigation and Drainage Paper 56. FAO.

- Azcón-Bieto, J., & Talón, M. (Coords.). (2008). Fundamentos de fisiología vegetal. McGraw Hill Interamericana & Universidad de Barcelona.
- Barceló, J., Nicolás, G., Sabater, B., & Sánchez, R. (2001). Fisiología vegetal. Ediciones Pirámide.
- Blum, A. (2011). Plant breeding for water-limited environments. Springer. https://doi. org/10.1007/978-1-4419-7491-4
- Campbell, G. S., & Norman, J. M. (2019). An introduction to environmental biophysics. Springer Nature.
- FAO. (2002). Agricultural drainage water management in arid and semi-arid areas. FAO Irrigation and Drainage Paper 61.
- Gandar, P. W., & Tanner, C. B. (1976). Potato leaf and tuber water potential measurements with a pressure chamber. American Potato Journal, 53(1), 1–14. https://doi.org/10.1007/ BF02854086
- Huntenburg, K., Pflugfelder, D., Koller, R., Dodd, I. C., & van Dusschoten, D. (2023). Diurnal water fluxes and growth patterns in potato tubers under drought stress. Plant and Soil, 507(1-2), 269-282. https://doi.org/10.1007/s11104-023-06108-1
- Mangas, V. J., Garmendia, I., Rodríguez, M. C., & Oltra, M. A. (2016). Prácticas de fisiología vegetal: Relaciones hídricas, nutrición y metabolismo. Publicaciones Universitat d'Alacant.
- Matteau, J. P., Parent, L. É., Blais, S., & Beaudet, H. (2021). Potato varieties response to soil matric potential-based irrigation thresholds. Agronomy, 11(2), 352. https://doi.org/10.3390/agronomy11020352

- Nasir, M. W., Bano, A., Shah, S. T., Khan, A. A., Abbas, M., Ullah, A., & Ditta, A. (2022). Effect of drought stress on potato production: A review. Agronomy, 12(3), 635. https://doi.org/10.3390/ agronomy12030635
- Salisbury, F. B., & Ross, C. W. (2000). Fisiología de las plantas. Paraninfo-Thomson Learning.
- Shock, C. C., & Feibert, E. B. (2012). Irrigation management for potatoes: A guide for growers using sprinkler irrigation in the Pacific Northwest. Oregon State University Extension Service.
- Tardieu, F., Simonneau, T., & Muller, B. (2018). Drought tolerance: Mechanisms from short term stomatal control to long term yield stability. Annual Review of Plant Biology, 69, 733–759. https://doi.org/10.1146/annurev-arplant-042817-040218
- Tyree, M. T., & Zimmermann, M. H. (2022). Xylem structure and the ascent of sap. Springer Natu-
- Zaki, H. E. M., & Radwan, K. S. A. (2022). Response of potato (Solanum tuberosum L.) cultivars to drought stress under in vitro and field conditions. Chemical and Biological Technologies in Agriculture, 9(1), 1-12. https://doi.org/10.1186/ s40538-021-00266-z

# **NORMAS DE PUBLICACIÓN DE LA REVISTA CIENCIA SUR**

### 1. ENVIÓ Y PRESENTACIÓN

- La Revista "CIENCIA SUR", recibe trabajos originales en idioma español. Los mismos deberán ser remitidos en formato electrónico en un archivo de tipo Word compatible con el sistema Windows y también en forma impresa.
- O Los textos deben ser enviados en formato de hoja tamaño carta (ancho 21,59 cm.; alto 27,94 cm.) en dos columnas. El tipo de tetra debe ser Arial, 10 dpi interlineado simple. Los márgenes de la página deben ser, para el superior, interior e inferior 2 cm. y el exterior de 1 cm.
- La extensión total de los trabajos para los artículos de investigación, científica y tecnológica tendrán una extensión máxima de 15 páginas (incluyendo la bibliografía consultada) y no tener una antigüedad mayor a los 5 años, desde la finalización del trabajo de investigación.
- Para los artículos de reflexión y revisión se tiene una extensión de 10 páginas. En el caso de los textos para los artículos académicos se tiene un míni-mo de 5 páginas.
- O Los trabajos de investigación (artículos originales) deben incluir un resumen en idioma español y en inglés, de no más de 250 palabras.
- En los trabajos de investigación científica y tecnológica, y en los artículos de revisión y de temas académicos deben incluirse de 3 a 5 palabras clave en cada caso.
- En cuanto a los autores, deben figurar en el trabajo todas las personas que han contribuido sustancialmente en la investigación. El orden de aparición debe corresponderse con el orden de contribución al trabajo, reconocién-

- dose al primero como autor principal. Los nombres y apellidos de todos los autores se deben identificar apropiadamente, así como las instituciones de adscripción (nombre completo, organismo, ciudad y país), dirección y correo electrónico.
- La Revista "CIENCIA SUR", solo recibe trabajos originales e inéditos, que no hayan sido publicados anteriormente y que no estén siendo simultáneamente considerados en otras publicaciones nacionales e internacionales. Por lo tanto, los artículos deberán estar acompañados de una Carta de Originalidad, firmada por todos los autores, donde certifiquen la original del escrito presentado.

# 2. FORMATO DE PRESENTACIÓN

Para la presentación de los trabajos se debe tomar en cuenta el siguiente formato para los artículos científicos:

- Título del Artículo. El título del artículo debe ser claro, preciso y sintético, con un texto de 20 pala-bras como máximo.
- Autores. Un aspecto muy importante en la preparación de un artículo científico, es decidir, acerca de los nombres que deben ser incluidos como autores, y en qué orden. Generalmente, está claro que quien aparece en primer lugar es el autor principal, además es quien asume la responsabilidad intelectual del trabajo. Por este motivo, los artículos para ser publicados en la Revista INVESTIGA-CIÓN & DESARROLLO, adoptaron el siguiente formato para mencionar las autorías de los trabajos.

Se debe colocar en primer lugar el nombre del autor principal, investigador, e investigador junior, posteriormente los asesores y colaboradores si los hubiera. La forma de indicar los nombres es la siguiente: en primer lugar, debe ir los apellidos y posteriormente los nombres, finalmente se escribirá la dirección del Centro o Instituto, Carrera a la que pertenece el autor principal. En el caso de que sean más de seis autores, incluir solamente el autor principal, seguido de la palabra latina "et al", que significa "y otros" y finalmente debe indicarse la dirección electrónica (correo electrónico).

- Resumen y Palabras Clave. El resumen debe dar una idea clara y precisa de la totalidad del trabajo, incluirá los resultados más destacados y las principales conclusiones, asimismo, debe ser lo más in-formativo posible, de manera que permita al lector identificar el contenido básico del artículo y la relevancia, pertinencia y calidad del trabajo realizado.
- Se recomienda elaborar el resumen con un máxi-mo de 250 palabras, el mismo que debe expresar de manera clara los objetivos y el alcance del estudio, justificación, metodología y los principales resultados obtenidos.
- En el caso de los artículos originales, tanto el título, el resumen y las palabras clave deben también presentarse en idioma inglés.
- Introducción. La comunicación, además resume el fundamento lógico del estudio. Se debe mencionar las referencias estrictamente pertinentes. sin ha-cer una revisión extensa del tema investigado.
- Materiales y Métodos. Debe mostrar, en forma organizada y precisa, come fueron alcanzados cada uno de los objetivos propuestos.
- La metodología debe reflejar la estructura lógica y el rigor científico que ha seguido el proceso de investigación desde la elección de un enfoque metodológico especifico (preguntas con hipótesis fundamentadas corres-

- pondientes, diseños muestráles o experimentales, etc.), hasta la forma como se analizaron, interpretaron v se presentan los resultados. Deben detallarse, los procedimientos, técnicas, actividades y demás estrategias metodológicas utilizadas para la investigación. Deberá indicarse el proceso que se seguir en la recolección de la información, así como en la organización, sistematización y análisis de los datos. Una metodología vaga o imprecisa no brinda elementos necesarios para corroborar la pertinencia y el impacto de los resultados obtenidos.
- Resultados. Los resultados son la expresión precisa y concreta de lo que se ha obtenido efectivamente al finalizar el proyecto, y son coherentes con la metodología empleada. Debe mostrarse claramente los resultados alcanzados, pudiendo emplear para ello cuadros, figuras, etc.
- O Discusión. El autor debe ofrecer sus propias opiniones sobre el tema, se dará énfasis en los aspectos novedosos e importantes del estudio y en las conclusiones que pueden extraerse del mismo. No se repetirán aspectos incluidos en las secciones de Introducción o de Resultados. En esta sección se abordaren las repercusiones de los resultados y sus limitaciones, edemas de las consecuencias para la investigación en el futuro. Se compararan las observaciones con otros estudios pertinentes. Se relacionaran las conclusiones con los objetivos del estudio, evitando afirmaciones poco fundamentadas y conclusiones avaladas insuficientemente por los datos.
- Bibliografía Utilizada. La bibliografía utilizada, es aquella a la que se hace referencia en el texto, debe ordenarse en orden alfabético y de acuerdo a las normas establecidas para las referencias bibliográficas (Punto 5).

- Tablas y Figuras. Todas las tablas o figuras deben ser referidas en el texto y numeradas consecutivamente con números arábigos, por ejemplo: Figura 1, Figura 2, Tabla 1 y Tabla 2. No se debe utilizar la abreviatura (Tab. o Fig.) para las palabras tabla o figura y no las cite entre paréntesis. De ser posible, ubíquelas en el orden mencionado en el texto, lo más cercano posible a la referencia en el mismo y asegúrese que no repitan los datos que se proporcionen en algún otro lugar del artículo.
- El texto y los símbolos deben ser claros, legibles y de dimensiones razonables de acuerdo al tamaño de la tabla o figura. En caso de emplearse en el artículo fotografías y figuras de escala gris, estas de-ben ser preparadas con una resolución de 250 dpi. Las figuras a color deben ser diseñadas con una resolución de 450 dpi. Cuando se utilicen símbolos, flechas, números o letras para identificar partes de la figura, se debe identificar y explicar claramente el significado de todos ellos en la Leyenda.
- Referencias Bibliográficas. Las referencias bibliográficas que se utilicen en la redacción del trabajo; aparecerán al final del documento y se incluirán por orden alfabético. Debiendo adoptar las modalidades que se indican a continuación:
- Referencia de Libro
- Apellidos, luego las iniciales del autor en letras mayúsculas. Año de publicación (entre paréntesis). Título del libro en cursiva que, para el efecto, las palabras mes relevantes las letras iniciales deben ir en mayúscula. Editorial y lugar de edición.
- Tamayo y Tamayo, M. (1999). El Proceso de la Investigación Científica, incluye Glosario y Manual de Evaluación de Proyecto. Editorial Limusa. México.

- O Rodríguez, G., Gil, J. y García, E. (1999). Metodología de la Investigación Cualitativa. Ediciones Aljibe. España.
- Referencia de Capítulos, Partes y Secciones de Li-hro.
- Apellidos, luego las iniciales del autor en letras mayúsculas. Año de publicación (entre paréntesis). Título del capítulo de libro en cursiva que para el efecto, las palabras más relevantes las letras iniciales deben ir en mayúscula. Colocar la palabra, en, luego el nombre del editor (es), título del libro, paginas. Editorial y lugar de edición.
- Reyes, C. (2009). Aspectos Epidemiológicos del Delirium. En M. Felipe. y O. José (eds). Delirium: un gigante de la geriatría (pp. 37-42). Manizales: Universidad de Caldas
- Referencia de Revista.
- Autor (es), año de publicación (entre paréntesis), título del artículo, en: Nombre de la revista, número, volumen, paginas, fecha y editorial.
- O López, J.H. (2002). Autoformación de Docentes a Tiempo Completo en Ejercicio. En Ventana científica, N $^{\circ}$  2. Volumen 1. pp 26 — 35. Abril de 2002. Editorial Universitaria.
- Referencia de Tesis. Autor (es). Año de publicación (entre paréntesis). Título de la tesis en cursiva y en mayúsculas las palabras más relevantes. Mención de la tesis (indicar el grado al que opta entre paréntesis). Nombre de la Universidad, Facultad o Instituto. Lugar.
- Página Web (World Wide Web).
- Autor (es) de la página. (Fecha de publicación o revisión de la página, si está disponible). Título de la página o lugar (en cursiva). Fecha de consulta (Fecha de acceso), de (URL — dirección).

- O Puente, W. (2001, marzo 3). Técnicas de Investigación. Fecha de consulta, 15 de febrero de 2005, de http://www.rrppnet.com.ar/tecnicasdeinvesti-gacion.htm
- O Duran, D. (2004). Educación Ambiental como Con-tenido Transversal, Fecha de consulta, 18 de febrero de 2005, de http://www.ecoportal. net/content/view/ful1/37878
- O Libros Electrónicos. Autor (es) del artículo ya sea institución o persona. Fecha de publicación. Titulo (palabras más relevantes en cursiva). Tipo de medio [entre corchetes]. Edición. Nombre la institución patrocinante (si lo hubiera) Fecha de consulta. Disponibilidad y acceso. Ortiz, V. (2001). La Evaluación de la Investigación como Funciona Sustantiva. [Libro en lineal Serie Investigaciones (ANUIES). Fecha de consulta: 23 febrero 2005. Disponible en: http://www.anuies.mx/index800.html
- Referencias de Citas Bibliográficas en el Texto. Para todas las citas bibliográficas que se utilicen y que aparezcan en el texto se podrán asumir las siguientes formas:
- De acuerdo a Martínez, C. (2010), la capacitación de docentes en investigación es tarea prioritaria para la Universidad.

- En los cursos de capacitación realizados se pudo constatar que existe una actitud positiva de los docentes hacia la investigación (Fernández, R. 2012).
- En el año 2014, Salinas, M. indica que la de capacitación en investigación es fundamental para despertar en los docentes universitarios, la actitud por investigar.

#### 3. DERECHOS DE AUTOR

Los conceptos y opiniones de los artículos publicados son de exclusiva responsabilidad de los autores. Dicha responsabilidad se asume con la sola publicación del artículo enviado por los autores. La concesión de Derechos de au-tor significa la autorización para que la Revista "CIENCIA SUR", pueda hacer use del artículo, o parte de 61, con fines de divulgación y difusión de la actividad científica y tecnológica. En ningún caso, dichos derechos afectan la propiedad in-telectual que es propia de los(as) autores(as). Los autores cuyos artículos se publiquen recibirán un certificado y 1 ejemplar de la revista donde se publica su trabajo.









# Revista CIENCIA SUR