

COMPARACIÓN DE LA VARIABILIDAD DE LA COHESIÓN DE LOS SUELOS FINOS DEL VALLE CENTRAL DE TARIJA USANDO MOMENTOS CONVENCIONALES Y L-MOMENTS

COMPARISON OF THE VARIABILITY OF THE COHESION OF FINE SOILS
IN THE CENTRAL VALLEY OF TARIJA USING CONVENTIONAL MOMENTS
AND L-MOMENTS

Fecha de recepción: 02/05/2025 | Fecha de aceptación: 27/06/2025

Benítez Reynoso Alberto¹, Baldiviezo Montalvo Trinidad Cinthia²

Dubravic Alaiza Arturo³, Soto Salgado Laura Karina⁴

¹Ingeniero Civil, Ph.D.
Carrera de Ingeniería Civil, Facultad de Ciencias y Tecnología
Universidad Autónoma Juan Misael Saracho (UAJMS)

Correspondencia del autor: albere3716@gmail.com¹

Tarija - Bolivia

COMPARACIÓN DE LA VARIABILIDAD DE LA COHESIÓN DE LOS SUELOS FINOS DEL VALLE CENTRAL DE TARIJA USANDO MOMENTOS CONVENCIONALES Y L-MOMENTS

² **Baldiviezo Montalvo Trinidad Cinthia**

³ **Dubravcic Alaiza Arturo**

⁴ **Soto Salgado Laura Karina**

Ingenieros Civiles, Ph.D.

Carrera de Ingeniería Civil, Facultad de Ciencias y Tecnología

Universidad Autónoma Juan Misael Saracho (UAJMS)

Tarija, Bolivia

RESUMEN

Se estiman los indicadores estadísticos que expresan la variabilidad de una serie de datos geotécnicos, específicamente la cohesión de los suelos, de una muestra representativa de la resistencia al corte de las arcillas del Valle Central de Tarija, usando el método de los momentos convencionales y el método de los L-Moments. Se evalúan las diferencias en la estimación de la media, dispersión, asimetría y curtosis. Los resultados indican que los L-Moments son más robustos ante la presencia de valores atípicos e indican mejor la estructura de los datos geotécnicos utilizados desde el punto de vista estadístico.

ABSTRACT

Statistical indicators expressing the variability of a series of geotechnical data, specifically soil cohesion, are estimated from a representative sample of the shear strength of clays from the Central Valley of Tarija, using the conventional moment method and the L-moment method. Differences in the estimation of the mean, dispersion, skewness, and kurtosis are evaluated. The results indicate that L-moments are more robust to the presence of outliers and better indicate the structure of the geotechnical data used from a statistical perspective.

Palabras Clave: Cohesión, momentos convencionales, L-Moments, variabilidad.

Keywords: Cohesion, conventional moments, L-Moments, variability.

1. INTRODUCCIÓN

La Estadística y la Teoría de las Probabilidades han sido, son y serán aplicadas ampliamente en la Ingeniería. Su uso en las Ingenierías Hidrológicas, Geotécnica, Estructural y otras ramas de la Ingeniería, ha sido de una enorme utilidad, tanto desde el punto de vista teórico como en la práctica.

En la hidrología, se ha usado para estimar caudales de corrientes naturales de agua para diferentes probabilidades de excedencia o periodos de retorno y para formular modelos de regresión (Benítez, A., 2004 y 2001).

En el caso de la Ingeniería Geotécnica, es ampliamente conocida la aleatoriedad y, consecuentemente, la variabilidad de las diferentes variables representativas de los diferentes fenómenos que son propios de esta rama de la Ingeniería, lo cual implica un riesgo y la necesidad de cuantificarlo en términos de probabilidad (Benítez, A., 2018 y 2014).

Para describir la mencionada variabilidad, tradicionalmente se usa el método de los momentos, llamados también momentos convencionales, sin embargo, los estimadores obtenidos por este método resultan sensibles a valores atípicos, por ejemplo, extremos, que suelen ser comunes en la práctica de la Ingeniería Geotécnica.

En ese contexto, como alternativa, se tiene el método de los L-Moments, que proporciona resultados expresados en estimadores más robustos y estables.

El método de los momentos convencionales y otros elementos de la probabilidad y estadística son muy usados en varias ramas de la Ingeniería, por ejemplo, en Ingeniería Geotécnica de viene usando desde hace muchos años para estudiar la variabilidad de los diferentes parámetros, estimar el riesgo geotécnico, seleccionar modelos de distribución de probabilidades y formular modelos de regresión y correlación (Benítez, A., 2021, 2020, 2019, 2017, 2015, 2012,

2010, 1997). Sin embargo, no hay información sobre el uso de los L-Moments en el tratamiento de variables ligadas a la Ingeniería Geotécnica.

2. MATERIALES Y MÉTODOS

En el método de los momentos convencionales, la variabilidad se describe mediante estimadores que se expresan mediante potencias de las desviaciones respecto a la media aritmética, aunque son ampliamente utilizados, son inestables cuando se presentan datos atípicos.

Por su parte, los L-Moments (Hosking, 1990) son combinaciones lineales de los estadísticos de orden y presentan las siguientes ventajas:

- Robustez ante la presencia de valores extremos o atípicos.
- Mejor comportamiento ante muestras pequeñas.
- Interpretación similar a los momentos convencionales.

Los cuatro primeros L-Moments son:

L1: representa la media.

L2: indica el parámetro de escala,

L3: refleja la asimetría.

L4: representa la curtosis.

Datos (ensayos de laboratorio)

Se analizó una base de datos de 50 valores de la cohesión del suelo, C , obtenidos de ensayos triaxiales con fines de investigación, de suelos finos pertenecientes al Valle Central de Tarija (limos y arcillas), donde se ubica la ciudad del mismo nombre. En el cuadro N° 1 se presentan los valores de los indicadores estadísticos de las series, tanto de la cohesión, C (en kPa), como del ángulo de fricción interna, ϕ (en °). En este artículo se ha trabajado con la cohesión.

CUADRO 1: INDICADORES ESTADÍSTICOS DE LA SERIE

Indicador	C	Ø
n	50	50
\bar{X}	306,42 kPa	24,554 (°)
S	45,096	2,415
C_v	0,147	0,0984
Min	233	21
Max	384	29

Fuente: Elaboración propia

Procedimiento

Inicialmente, se ha calculado los valores de los momentos convencionales, a saber, media, desviación estándar, coeficiente de asimetría y curtosis., con las siguientes ecuaciones (Haan, 1982):

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (1)$$

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{(n-1)}} \quad (2)$$

$$C_v = \frac{S}{\bar{x}} \quad (3)$$

$$C_s = \frac{n^2 m_3}{(n-1)(n-2)S^2} \quad (4)$$

$$K = \frac{n^3 m_4}{(n-1)(n-2)(n-3)S^4} \quad (5)$$

En el cuadro N° 1 y en las ecuaciones anteriores:

n = número de datos de la serie (mediciones);

\bar{X} = media aritmética de la serie;

X_i = valor correspondiente a la i-ésima medición;

S = Desviación típica;

C_v = coeficiente de variación;

Min = mínimo valor de la serie;

Max = máximo valor de la serie;

C_v = coeficiente de variación;

C_s = coeficiente de asimetría;

m_3 = tercer momento central;

K = coeficiente de curtosis;

m_4 = cuarto momento central.

Posteriormente se ha calculado los primeros cuatro L-Moments, L1, L2, L3 y L4, mediante las ecuaciones basadas en estadísticos de orden, que son las siguientes (Hosking, 1990):

$$L_1 = \beta_0 \quad (6)$$

$$L_2 = 2\beta_1 - \beta_0 \quad (7)$$

$$L_3 = 6\beta_2 - 6\beta_1 + \beta_0 \quad (8)$$

$$L_4 = 20\beta_3 - 30\beta_2 + 12\beta_1 - \beta_0 \quad (9)$$

$$\bar{x} = L_1 \quad (10)$$

$$L - C_v = \frac{L_2}{L_1} \quad (11)$$

$$L - S = \frac{L_3}{L_2} \quad (12)$$

$$L - K = \frac{L_4}{L_2} \quad (13)$$

En las tres últimas relaciones:

L_1 = medida de posición (media);

$L - C_v$ = medida de escala (análogo al coeficiente de variación);

$L - S$ = medida de asimetría (análogo al coeficiente de asimetría);

$L - K$ = medida de curtosis (análogo al coeficiente de curtosis).

Donde:

$$\beta_0 = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n X_j \quad (14)$$

$$\beta_1 = \frac{1}{n} \sum_{j=2}^n X_j \frac{(j-1)}{(n-1)} \quad (15)$$

$$\beta_2 = \frac{1}{n} \sum_{j=3}^n X_j \frac{(j-1)(j-2)}{(n-1)(n-2)} \quad (16)$$

$$\beta_3 = \frac{1}{n} \sum_{j=4}^n X_j \frac{(j-1)(j-2)(j-3)}{(n-1)(n-2)(n-3)} \quad (17)$$

Se introdujo valores atípicos en la serie para reflejar la sensibilidad de cada uno de los dos métodos.

3. RESULTADOS

Los resultados (para la cohesión, **C**), se presentan en los cuadros N° 2 y N° 3, en los cuales:

Serie 1 corresponde a la serie original (50 determinaciones en laboratorio) de la cohesión;

Serie 2 corresponde a la serie original más un dato atípico de 700 kPa;

Serie 3 corresponde a la serie original más un dato atípico de 50 kPa.

CUADRO 2: RESULTADOS MÉTODO MOMENTOS CONVENCIONALES (Cohesión C en kPa)

Parámetro	Serie 1	Serie 2	Serie 3
\bar{X}	306,42	314,137	301,392
S	45,096	70,925	57,291
Cv	0,147	0,226	0,190
S	1,000	9,632	-4,156
K	-1,517	24,636	8,849

Fuente: Elaboración propia

CUADRO 3: RESULTADOS MÉTODO L-MOMENTS (Cohesión C en kPa)

Parámetro	Serie 1	Serie 2	Serie 3
X	306,42	314,137	301,392
L - C _v	0,0841	0,1034	0,0988
L - S	0,1028	0,2678	-0,0342
L - K	0,0258	0,2018	0,1472

Fuente: Elaboración propia

4. CONCLUSIONES

- Los resultados evidencian que los momentos convencionales son sensibles a la presencia de valores extremos.
- A su vez, los L-Moments presentan variaciones mucho menores, conservando la estructura general de los datos.
- El mencionado comportamiento es deseable en Geotecnia, donde la naturaleza de las mediciones refleja heterogeneidad, aleatoriedad y, consecuentemente, variabilidad.
- Adicionalmente, los L-Moments, al igual que los momentos convencionales, pueden ser parte del análisis de frecuencia, ajuste de distribuciones y cuantificación de la incertidumbre geotécnica.
- En fin, los L-Moments son una alternativa robusta en el análisis estadístico de datos geotécnicos.

5. BIBLIOGRAFÍA

- Benítez, A. (2021). Propiedades geotécnicas y mecánicas de los suelos: correlaciones y modelos matemáticos (con énfasis en los suelos bolivianos). Imprenta Integral S.R.L., Tarija (Bolivia).

- Benítez, A. (2020). Geotechnical and mechanical properties of soils: correlations, mathematical models and implications in structural and geotechnical engineering with emphasis in Bolivian soils. Post Doctorate Thesis, Atlantic International University, USA.
- Benítez, A. (2019). Modelos Matemáticos Generales para la Predicción del CBR (California Bearing Ratio) en los Suelos Bolivianos. Revista Universitaria de Divulgación Científica "VENTANA CIENTÍFICA", Vol. 9 N° 15, pp. 9-24, junio, 2019, Tarija.
- Benítez, A. (2018). Principios Dialécticos de la Ingeniería Estructural e Implicaciones en la Seguridad, "Congreso Panamericano en Seguridad, Construcciones Seguras y Manejo de Desastres", Cartagena de Indias, 10 y 11, en el marco de la XXXVI Convención de la UPADI (Unión Panamericana de Asociaciones de Ingenieros).
- Benítez, A. (2018). Relación entre la Relatividad de Einstein y la Ingeniería Estructural. Revista INGENIERÍA PANAMERICANA, Volumen 2, pp. 58-61, Edición UPADI (Unión Panamericana de Asociaciones de Ingenieros).
- Benítez, A. (2017). Propiedades mecánicas de las arcillas bolivianas: modelos matemáticos, correlaciones e implicaciones en la Ingeniería Estructural. PRIMER CONGRESO PANAMERICANO DE INGENIERÍA ESTRUCTURAL, 26-28 de octubre, Tarija (Bolivia).
- Benítez, A. (2017). Métodos de Investigación en Ingeniería Estructural. PRIMER CONGRESO PANAMERICANO DE INGENIERÍA ESTRUCTURAL, 26-28 de octubre, Tarija (Bolivia).
- Benítez, A. (2017). Métodos energéticos y variacionales en la Ingeniería Estructural: Genealogía y análisis conceptual. PRIMER CONGRESO PANAMERICANO DE INGENIERÍA ESTRUCTURAL, 26-28 de octubre, Tarija (Bolivia).
- Benítez, A. (2015). Estimación de algunas propiedades geotécnicas de los suelos mediante análisis multivariado (regresión múltiple) y su utilidad en la Ingeniería Civil: Suelos Finos del Oriente Boliviano. Revista INGENIERÍA E INVESTIGACIÓN (órgano oficial de la Sociedad de Ingenieros de Bolivia), N° 5, pp. 36-43. Depósito Legal: 4-3-10-14.
- Benítez, A. (2014). Dialéctica de la Ingeniería Estructural. Convenio Andrés Bello, Universidad Nacional Siglo XX e Instituto Internacional de Integración. Depósito Legal: 4-1-1568-14, ISBN: 978-99954-98-15-3, La Paz (Tesis Doctoral y Libro).
- Benítez, A. (2014). La Investigación en Tiempos de Transformación, con el artículo "Filosofía e Ingeniería; una definición dialéctica de la ingeniería estructural y sus implicaciones en la formación profesional. Coautor del Libro de edición coordinada por David Mora y Ximena Roncal (Convenio Andrés Bello-Instituto Internacional de Integración), DL 4-1-856-14, ISBN 978-99954-98-10-8, La Paz.
- Benítez, A. (2012). Propiedades mecánicas de los suelos, correlaciones, modelos matemáticos e implicaciones en la ingeniería vial. XVI Congreso Argentino de Vialidad y Tránsito, 22-26 de octubre, Córdoba.
- Benítez, A. (2010). Modelos multivariados en la estimación de algunas propiedades mecánicas de los suelos y sus implicaciones en la ingeniería vial. XX Congreso Argentino de Mecánica de Suelos e Ingeniería Geotécnica (6 al 9 de octubre) publicación en CD e impresa (libro del Congreso) ISBN: 978-950-42-0129-8, Mendoza (Argentina).

- Benítez, A. (2004). Generalización de las relaciones entre los procesos del ciclo hidrológico para la cuenca internacional del río de La Plata: "Enfoque Sistémico y Análisis Multivariado". Tesis de doctorado, Universidad de Sevilla, España.
- Benítez, A. (2001). Criterios hidrológicos aplicados a la Ingeniería Vial, un breve análisis metodológico y conceptual. Revista Rutas, No. 78 – II época, mayo-junio, pp. 33-40, Madrid, España.
- Benítez, A. (1997). Modelos matemáticos para la estimación de propiedades mecánicas de los suelos y su aplicación al diseño de firmes. Los suelos del valle Central de Tarija. Revista Rutas, No. 59 – II época, marzo-abril, pp. 73-78, Madrid, España.
- Haan, C. (1982). Statistical methods in hydrology. The Iowa State University Press, USA.
- Hosking, J.R.M. (1990). L-Moments. Analysis and estimation of distributions using linear combinations of order statistics. Journal of the Royal Statistical Society, Series B, 52(1), 105-125.